Kharazmi University

Mathematical Research

Year 2025, Volume 11, Issue 3, pp. 42–58

Print ISSN: 2588-2546

Online ISSN: 2588-2554

DOI: 10.XXXX/XXXX

Optimizing the time and amount of dynamic discounts in a two-level supply chain considering financing from short-term debt and working capital

Zahra Khalatabadi[(1)] [1] , Morteza Khakzar Bafruei[(2)] and Narges Kolahi[(3)]

[(1)] Faculty of Engineering, Kharazmi University, Tehran, Iran

[(2),(3)] Faculty of Engineering, University of Science and Culture, Tehran, Iran

Received:16 August 2024 Accepted:16 November 2025 Published online:17 December 2025

Abstract: In this paper, a two-level supply chain with one buyer and one producer with insufficient working capital is considered. If the buyer pays early, the manufacturer gives a percentage discount to the buyer for each day early. The buyer and the producer cover the lack of liquidity from short-term debt from financial institutions. The objective function in both levels of the supply chain is the profit and the decision variables of the both level are the discount percentage and early payment time. The analysis of the profit functions of the two level of the chain shows that these functions have a saddle (critical) point. Considering this issue, it is important to find the appropriate range of discount percentage and payment time, which is not worse than disagreement between buyer and producer. To determine this range, the manufacturer's profit is greater than or equal to the amount of profit when not discounting. In that range, the interest rate range of financing and the interest rate of the buyer's investment have been analyzed. The results show that there are conditions that created an agreement between the levels of the supply chain by using the dynamic discount mechanism.

Keywords: Optimization, Working Capital, Dynamic Discount, Early Payment Discount Time, Supply Chain.

©2025 Kharazmi University, Tehran, Iran. This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution-NonComertial 4.0 International (CC BY-NC 4.0 license) (http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/).

[1]Corresponding author

E-mail addresses: Z. Khalatabadi Z.khalatabadi77@gmail.com, M. Khakzar Bafruei m.khakzar@usc.ac.ir

پژوهش‌های ریاضی

سال ۱۴۰۴، دوره ۱۱، شماره ۳، ص ۴۲–۵۸

شاپا چاپی: ۲۵۴۶-۲۵۸۸

شاپا الکترونیکی: ۲۵۵۴-۲۲۸۸

DOI: 10.XXXX/XXXX

تحلیل زمان و مقدار تخفیف پویا در یک زنجیره تأمین دو سطحی با در نظر گرفتن تأمین مالی از محل بدهی کوتاه مدت و سرمایه در گردش

زهرا خلت آبادی [۱] [۱] ، مرتضی خاکزار بفروئی [۲] و نرگس کلاهی [۳]

[۱] گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران

[۲],[۳] گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه علم و فرهنگ، تهران، ایران

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۵/۲۸ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۸/۲۵ تاریخ انتشار: ۱۴۰۴/۹/۲۶

چکیده: در این مقاله، یک زنجیره تامین دو سطحی با یک خریدار و یک تولیدکننده با سرمایه در گردش ناکافی در نظر گرفته شده است. تولیدکننده در صورت پرداخت زود هنگام خریدار، به ازای هر روز زودتر درصدی تخفیف به خریدار می‌دهد. خریدار و تولیدکننده کمبود نقدینگی را از محل بدهی کوتاه مدت از موسسات مالی تامین می‌کنند. تابع هدف در هر دو سطح زنجیره، سود عناصر زنجیره است و متغیرهای تصمیم طرفین، درصد تخفیف و زمان پرداخت زود هنگام است. تحلیل توابع سود عناصر زنجیره نشان می‌دهد که این توابع دارای نقطه زینی (بحرانی) هستند. با توجه به این موضوع، یافتن محدوده مناسب درصد تخفیف و زمان پرداخت زودتر از موعد مشترک برای طرفین، که بدتر از حالت عدم توافق نباشد دارای اهمیت است. برای تعیین این محدوده، سود تولیدکننده بیشتر یا مساوی، مقدار سود هنگامی که تخفیف نمی‌دهد قرار داده شده است. در آن محدوده، محدوده نرخ بهره تأمین مالی و نرخ سود حاصل از سرمایه‌گذاری خریدار تحلیل شده است. نتایج نشان می‌دهد که شرایطی وجود دارد که با بکارگیری مکانیزم تخفیف پویا، توافق بین عناصر زنجیره ایجاد کرد.

واژه‌هاي كليدي: بهینه‌سازی، سرمایه در گردش، تخفیف پویا، زمان پرداخت زودهنگام، زنجیره تامین.

[۱] نویسنده مسئول مقاله

(Z. Khalatabadi) Z.khalatabadi77@gmail.com, (M. Khakzar Bafruei) m.khakzar@usc.ac.ir

۱ مقدمه

با توجه به تاخیر مطالبات و کمبود نقدینگی در شرکت‌های کوچک و متوسط، یکی از نیازهای جدی اعضای زنجیره تامین در خصوص سرمایه در گردش، حداکثرسازی سود و رسیدن به نقدینگی است. این کمبود به یک مانع بزرگ برای توسعه صنعتی شرکت‌ها تبدیل شده است. به عنوان مثال، ۴۳ درصد از شرکت‌های کوچک و متوسط در بلژیک در سال ۲۰۰۹ و ۵۰ درصد از شرکت‌های هلندی، تاخیر در پرداخت مطالبات خود را تجربه کردند [۱]. به عنوان مثال، بر اساس گزارش موسسه KPMG، پرداخت‌ها در سال ۲۰۲۰ به دلیل شیوع ویروس در مورد مطالبات تجاری به تاخیر افتاد و نیاز نقدینگی شرکت‌های جهانی از ۵ روز به ۷۴ روز در سراسر جهان افزایش یافت [۲]. از طرف دیگر، نتیجه‌ی یک سرشماری در سال ۲۰۰۷ نشان می‌دهد که اگر همه‌ی شرکت‌ها عملکرد خودشان را با مدیریت مالی زنجیره تامین انطباق دهند، بیش از ۶۱۱ میلیارد یورو پول نقد در این شرکت‌ها ایجاد می‌شود [۳]. تحقیقی با این موضوع در چین صورت گرفت که نشان داد تامین مالی از طریق تامین مالی زنجیره تامین در سال ۲۰۱۱ معادل ۷۵.۵ میلیارد یوان بوده که در سال بعد به ۹.۶ میلیارد رسیده است. این مسئله نشان دهنده نرخ رشد ۲۰ درصدی تأمین مالی در این شرکت‌ها است [۴]. از این رو بررسی مدل‌های تأمین مالی در زنجیره تأمین خصوصاً در مواردی که به بررسی شرایط پذیرش این مدل‌ها پرداخته می‌شود، می‌تواند زمینه جذابی برای تحقیقات باشد. در این مقاله، یک زنجیره تامین دو سطحی با یک خریدار و یک تولیدکننده در نظر گرفته شده است که تولیدکننده در صورت پرداخت زود هنگام خریدار، به ازای هر روز زودتر درصدی تخفیف می‌دهد. خریدار و تولیدکننده با محدودیت سرمایه در گردش رو به رو هستند که می‌توانند این نیاز خود را از طریق بدهی کوتاه مدت تامین کنند.

۲ مرور ادبیات

از زمان بحران‌های مالی در سال ۲۰۰۸، شرکت‌های کوچک و متوسط در زنجیره تامین با مشکل جریان‌های نقدی محدود، کمبود دارایی‌های ثابت و عدم دریافت حمایت‌های مالی از بانک‌ها و موسسات مالی مواجه شدند [۴، ۵]. در یک زنجیره تامین تولیدکنندگان برای تولید کالاها، از بازار سفارش می‌گیرند و به تامین‌کنندگان مراجعه و درخواست آماده کردن مواد اولیه مختلف برای تولید محصولات مختلف می‌کنند. از آنجایی که حجم کالاها به خصوص کالاهای صنعتی نسبتاً زیاد است، تامین‌کنندگان برای خرید مواد و تجهیزات برای تولید محصولات مختلف به سرمایه زیادی احتیاج دارند. تامین‌کنندگان، به خصوص تامین‌کنندگان کوچک و متوسط نمی‌توانند به تنهایی سرمایه‌ای برای تولید این کالاها بپردازند و عدم وجود این سرمایه، باعث بی‌ثباتی کل زنجیره تامین می‌شود. برای جلوگیری از این کمبود و وقفه ایجاد شده در زنجیره، راه حل‌های متفاوتی برای مدیریت جریان مالی در زنجیره تامین پیشنهاد شده است [۲]. در سال‌های اخیر، ابتکارات در زمینه تامین مالی در زنجیره تامین یک راه‌حل حیاتی برای تامین مالی بسیاری از شرکت‌ها بوده است [۳]. همچنین تحقیقات زیادی، مزایای تامین مالی زنجیره تامین را مورد بررسی قرار داده است و محققان دریافتند که شیوه‌های مختلف تامین مالی (به عنوان مثال عاملیت، عاملیت معکوس، اعتبار تجاری و تامین مالی موجودی) می‌تواند منافعی برای شرکت‌ها مانند کاهش موجودی‌ها و هزینه‌های مالی، بهبود کیفیت روابط خریدار و تامین‌کننده و کاهش ریسک‌های مالی و عملیاتی زنجیره تامین، به همراه داشته باشد [۶–۸]. به طور کلی ادبیات مربوط به تامین مالی زنجیره تامین به دو دیدگاه و درک متفاوت مالی محور و زنجیره تامین تقسیم می‌شود [۹، ۱۰]؛ دیدگاه مالی محور، معمولاً شامل مجموعه‌ای از طرح‌های مالی نوآورانه است [۱۱] و بر بهینه‌سازی حساب‌های پرداختنی و دریافتنی در زنجیره تامین تمرکز دارد. دیدگاه زنجیره تامین، به عنوان راه‌حلی برای بهینه‌سازی سرمایه در گردش از طریق مدیریت جریان مواد و همچنین مدیریت موجودی‌ها و به طور کلی بهبود عملکرد در زنجیره تامین، بر همکاری بین اعضای زنجیره تامین تمرکز دارد [۲]. سه مورد از رایج‌ترین و مهم‌ترین طرح‌های تامین مالی زنجیره تامین عبارتند از عاملیت معکوس، موجودی کالا و تخفیف پویا که در مرور ادبیات به

آن پرداخته شده است و در ادامه تشریح می‌شود.

عاملیت معکوس به عنوان یکی از طرح‌های تامین مالی زنجیره تامین است. در این طرح یک خریدار بزرگ اعلام می‌کند که امکان پرداخت زود هنگام تعهدات اعتبار تجاری خود را نسبت به تامین‌کنندگان دارد و موسسه مالی، ریسک اعتباری خریدار و صلاحیت آن را تایید می‌کند. این کار باعث کمتر شدن ریسک تامین‌کنندگان می‌شود [۱۲]. این روش، مبتنی بر کارکرد یک موسسه مالی است که صورتحساب‌های تامین‌کنندگان را خریداری می‌کند. در واقع مؤسسه مالی، فقط باید ریسک اعتباری خریدار انتخاب شده را محاسبه کند و به محاسبه ریسک تامین‌کنندگان نمی‌پردازد. این روش اغلب بستری را برای تامین‌کنندگان فراهم می‌کند تا تامین مالی کم خطرتری را داشته باشند [۱۳]. همچنین ممکن است خریدار شرایط پرداخت را تمدید کرده و یا به ازای اجازه دادن خریدار به تامین‌کننده برای ورود به برنامه مالی؛ شرایط پرداخت تمدید شود که در این صورت ریسک کمتری برای تامین‌کنندگان دارد [۷، ۱۲، ۱۴]. بیشترین طرح تامین مالی زنجیره تامین بررسی شده در ادبیات از نظر داده‌های کمی برای ارزیابی، عاملیت معکوس است. دوالکار و کریشنان، (۲۰۱۹) عدم تقارن اطلاعاتی بانک را در نظر گرفتند [۱۵]. وانگ و همکاران، (۲۰۲۰) از روش نظرسنجی برای بررسی محرک‌ها و نتایج سه نوع روش جدید تامین مالی زنجیره تامین (یعنی تامین مالی حساب‌های دریافتنی، تامین مالی موجودی و تامین مالی حساب‌های پرداختنی) استفاده کردند [۸]. در مقاله شو و همکاران در سال ۲۰۲۱ به این موضوع چگونگی تأثیر عاملیت معکوس بر عملکرد عملیاتی شرکت‌های خریدار پرداختند. آن‌ها یک مدل رگرسیون مقطعی ساخته و از روش حداقل مربعات معمولی (OLS) برای بررسی اثرات تعدیل‌کننده قابلیت‌های تولید و نوآوری استفاده کردند [۱۶].

در روش تامین مالی موجودی، دارایی‌های جاری که به عنوان وثیقه عمل می‌کنند، (به خصوص، حساب‌های دریافتنی و موجودی‌ها) باعث گسترش اعتبار به ارزش دارایی‌های کوتاه مدت خاص شرکت می‌شوند [۱۷]. لی و چن (۲۰۱۹) یک رویکرد مطالعه موردی چندگانه برای شناسایی چگونگی استفاده ارائه‌دهندگان تامین مالی موجودی (IFP) از خدمات مالی بکار بردند [۱۸]. ژو و همکاران، (۲۰۱۳) تأثیر نوسان قیمت وثیقه را بر عملکرد تامین مالی موجودی بررسی کردند و به این موضوع پرداختند که چگونه یک تامین مالی موجودی، به طور دوره‌ای نرخ impawn (نرخ وام به ارزش) را کاهش می‌دهد [۱۹]. در سال ۲۰۲۱، ژی و همکاران، مدلی را برای بررسی تاثیرات ریسک‌گریزی ارائه‌دهنده خدمات شخص ثالث (TPL) بر تصمیمات تامین مالی اعضای زنجیره تامین طراحی کردند. در این مدل، ترجیح ریسک و رابطه قدرت بر اثرات موجودی در حمل و نقل و تاثیر زنجیره تامین در حالت تقاضای تامین مالی توسط تامین‌کننده و خرده‌فروشان بر تامین مالی موجودی در حین حمل و نقل TPL، پرداخته شده است. آنها در نهایت به این نتیجه رسیدند که افزایش تقاضا برای تامین مالی به دلیل کاهش قیمت واحد محصول بدون اعتبار تجاری، بار تامین مالی را برای خرده‌فروشان افزایش می‌دهد. تامین مالی موجودی در حین حمل و نقل توسط TPL، هزینه تامین مالی اعتبار تجاری را کاهش می‌دهد. با این حال، تقاضا برای اعتبار تجاری با وجود کاهش هزینه تامین مالی کاهش می‌یابد. علاوه بر این، با درجه بالاترِ ریسک گریزی TPL، هم هزینه‌های تامین مالی اعتبار تجاری و تامین مالی موجودی در حمل و نقل و هم تقاضا برای اعتبار تجاری کاهش می‌یابد، اما تقاضا برای تامین مالی موجودی در حمل و نقل افزایش می‌یابد [۲۰].

روش تخفیف پویا امکان تسویه پویای صورتحساب‌ها را در رابطه بین خریدار و تامین‌کننده فراهم می‌کند و تامین‌کننده برای هر روز پیش پرداخت زودتر، با توجه به شرایط پرداخت قراردادی به خریدار، تخفیف افزایشی در ارزش اسمی صورتحساب می‌دهد و از طریق استفاده مناسب از یک سامانه یکپارچه که خریدار و تامین‌کننده در آن حضور دارند، امکان تسویه پویای صورتحساب‌ها را فراهم می‌شود [۴]. در سال ۲۰۲۲ هوآ و همکاران نشان دادند که در مقایسه با مدل سنتی، برنامه تخفیف پویا مبتنی بر سامانه می‌تواند اطلاعاتی مانند هزینه سرمایه خریدار و مقدار عرضه و سایر اطلاعات کلیدی را ارائه دهد. متعاقباً، تامین‌کنندگان شرکت‌های کوچک و متوسط می‌توانند به محدوده دقیق‌تری از نرخ تنزیل و نرخ تنزیل روزانه بهینه دست یابند. علاوه بر این نرخ تنزیل ارائه شده توسط تامین‌کنندگان باید در محدوده معقولی تنظیم شود. اگر نرخ تنزیل خیلی زیاد یا خیلی کم باشد، انگیزه تسویه اولیه

یک طرف و سود هر دو طرف کاهش می‌یابد [۲۱].

نوآوری این تحقیق نسبت به مقاله هوآ و همکاران [۲۱] در نظر گرفتن دو متغیر تصمیم نرخ تخفیف روزانه و زمان پرداخت در دو حالت متفاوت است. در حالت اول در مدل محدودیت سرمایه در گردش در نظر گرفته شده است و در حالت دوم محدودیت سرمایه در گردش وجود ندارد. همچنین در این مقاله، نرخ بهبود و زوال محصول همزمان در نظر گرفته شده و هزینه‌های موجودی، هزینه خرید مواد، هزینه زوال و بهبود و هزینه‌های مربوط به سرمایه در گردش، هزینه تامین مالی به مدل ریاضی اضافه شده که در مقالات بررسی شده قبلی به طور همزمان به این موارد پرداخته نشده است.

۳ مدلسازی مسأله

برای مدلسازی مسأله، تابع متوسط سود دو سطح زنجیره در واحد زمان محاسبه شده است. در جدول ۱ پارامترهای مسأله خریدار و تولیدکننده و مقادیر عددی آنها برای حل یک مثال تعریف شده است. در این مسئله مقدار W واحد محصول در ابتدا توسط تولیدکننده سفارش داده می‌شود که این مقدار با توجه به نرخ زوال η کاهش و با نرخ بهبود θ افزایش می‌یابد و در نهایت مقدار به دست آمده در انتهای دوره تولید برابر با تقاضای خریدار است که بعد از پاسخگویی سطح موجودی در زمان T (انتهای دوره تولید) به صفر می‌رسد. بنابراین به صورت ریاضی، معادله دیفرانسیل سطح موجودی به صورت رابطه ۱ نمایش داده می‌شود:

$$\frac{dy(t)}{dt} = (\theta - \eta) \times y(t) \qquad (۱.۳)$$

با حل رابطه ۱، سطح موجودی در لحظه t با رابطه ۲ حاصل می‌شود.

$$y(t) = Ce^{t(\theta-\eta)} \qquad (۲.۳)$$

جدول ۱: پارامترهای مسأله و مقادیر مثال عددی آن

پارامتر	شرح پارامترها	مقدار	پارامتر	شرح پارامترها	مقدار
Liq_B	مقدار نقدینگی خریدار برای پرداخت زودهنگام	۳×۱۰^{۷}	C_p	هزینه استفاده از فضا در یک دوره برای تولیدکننده	۱۰۰۰۰
$Z_۰$	مقدار نقدینگی تولیدکننده در ابتدای دوره	متفاوت	y_s	نرخ بهره روزانه سرمایه در گردش برای تولیدکننده	۰۰۳۱.۰
D	مقدار تقاضا محصول در انتهای دوره	۱۰۰۰	r_b	نرخ روزانه استفاده از بدهی کوتاه مدت	۰۰۵۳.۰
C_M	هزینه نیروی انسانی تولید در طول یک دوره	۳×۱۰^{۶}	C_E	هزینه تسهیلات در یک دوره برای تولیدکننده	۱۰۰۰۰۰۰
r_s	نرخ سود روزانه استفاده از بدهی کوتاه مدت	۰۰۵۳.۰	y_b	نرخ بهره روزانه سرمایه در گردش برای خریدار	۰۰۳۳.۰
C_b	هزینه زوال هر واحد محصول	۱۰۰۰۰	C	هزینه ثابت برای خریدار	۱۰۰۰۰۰
η	میزان زوال برای محصول در واحد زمان	۰۰۲.۰	P_M	هزینه خرید هر واحد مواد اولیه در زمان صفر	۲۰۰۰۰۰
θ	نرخ بهبود محصول در واحد زمان	۰۶۹.۰	P_F	قیمت خرید هر واحد مواد اولیه در طول دوره	۳۰۰۰۰
T	زمان آخر دوره (به روز)	۶۲	P_z	قیمت خرده فروشی هر واحد محصول	۶۸۰۰۰
B	نرخ ثابت رشد	۰۵.۰	P_R	قیمت عمده فروشی هر واحد محصول	۶۰۰۰۰
$t_{۱۰}$	پارامتر زمان تابع رشد	۱۰	C_o	هزینه دفع هر واحد محصول تلف شده	۱۰۰

در شرایط حدی، $y(۰) = W$ است، یعنی موجودی در لحظه صفر برابر مقدار سفارش اولیه W می‌باشد؛ در این صورت مقدار $C = W$ بدست می‌آید که با جایگذاری در رابطه ۲، رابطه ۳ به دست می‌آید.

$$y(t) = We^{t(\theta-\eta)} \tag{۳.۳}$$

همچنین در شرایط حدی؛ موجودی آخر دوره باید برابر میزان تقاضا باشد که در این صورت $y(T) = d$ است؛ بنابراین داریم:

$$We^{T(\theta-\eta)} = d \quad \Rightarrow \quad W = \frac{d}{e^{T(\theta-\eta)}} \tag{۴.۳}$$

با جایگذاری مقدار W در رابطه $y(t) = We^{t(\theta-\eta)}$، رابطه سطح موجودی در زمان t برحسب تقاضا (رابطه ۵) به دست می‌آید.

$$y(t) = \frac{d}{e^{T(\theta-\eta)}} \times e^{t(\theta-\eta)} \tag{۵.۳}$$

با انتگرال‌گیری صفر تا لحظه T از تابع موجودی؛ مساحت زیر نمودار تابع موجودی (جمع کل موجودی‌ها) به دست می‌آید که از این رابطه در روابط محاسبه سود، استفاده خواهد شد.

$$\begin{aligned} H_T &= \int_{۰}^{T} y(t)dt = \int_{۰}^{T} \frac{d}{e^{T(\theta-\eta)}} \times e^{t(\theta-\eta)}dt \\ &= \frac{d}{e^{T(\theta-\eta)}} \int_{۰}^{T} e^{t(\theta-\eta)}dt = \frac{d}{(\theta-\eta)e^{T(\theta-\eta)}} \times (e^{T(\theta-\eta)} - ۱) \\ &= \frac{d}{(\theta-\eta)}(۱ - \frac{۱}{e^{T(\theta-\eta)}}) \end{aligned} \tag{۶.۳}$$

۱.۳ روابط مدل سود تولیدکننده

مقدار کل بهبود محصول (رشد): مقدار کل رشد از حاصل ضرب نرخ بهبود محصول در موجودی کل به دست می‌آید.

$$\theta_T = \int_{۰}^{T} \theta \times y(t)dt = \theta \times \left(\frac{d}{(\theta-\eta)} \left(۱ - \frac{۱}{e^{T(\theta-\eta)}} \right) \right) = \frac{\theta d}{(\theta-\eta)} - \frac{\theta d}{(\theta-\eta) \times e^{T(\theta-\eta)}} \tag{۷.۳}$$

مقدار کل زوال: مقدار کل زوال یا اتلاف از حاصل ضرب نرخ زوال برای محصول در موجودی کل به دست می‌آید که برابر است با:

$$\eta_T = \int_{۰}^{T} \eta \times y(t)dt = \eta \times \frac{d}{(\theta-\eta)} \times \left(۱ - \frac{۱}{e^{T(\theta-\eta)}} \right) = \frac{\eta d}{(\theta-\eta)} - \frac{\eta d}{(\theta-\eta) \times e^{T(\theta-\eta)}} \tag{۸.۳}$$

تخفیف داده شده به خریدار توسط تولیدکننده: تولیدکننده برای دریافت وجه زودتر از موعد T، به ازای هر روز

زودتر، تخفیفی به خریدار می‌دهد که از تفاضل قیمت فروش تولیدکننده قبل و بعد از تخفیف دست می‌آید.

$$P_R^t = P_R \times (۱ - dis \times (T - t)\ ) \tag{۹.۳}$$

اگر نرخ بهره بانکی برای تولیدکننده و خریدار بیشتر نرخ سرمایه در گردش باشد، یعنی $r_s > y_s$ و $r_b > y_b$ در این صورت خریدار و تولیدکننده هزینه‌های خود را از منبع سرمایه در گردش و در صورت نبود سرمایه در گردش یا کمبود آن از طریق بدهی کوتاه مدت پرداخت می‌کنند. در این مقاله فرض شده است سرمایه در گردش تولیدکننده ناکافی است و سرمایه در گردش برای پرداخت هزینه $C_{M_۰}$ و مقداری از $C_{M_۱}$ کافی باشد.

درآمد حاصل از فروش: در این حالت سرمایه‌گذاری، درآمد حاصل از فروش محصول به خریدار و سرمایه‌گذاری مبلغ دریافت شده از خریدار تا آخر دوره برابر است با:

$$R_{S_۱} = d\ P_R^t (۱ + y_s)^{T-t} \tag{۱۰.۳}$$

درآمد حاصل از سرمایه‌گذاری: تولیدکننده بعد از پرداخت هزینه $C_{M_۰}$ در زمان $t_۰$ باقی‌مانده نقدینگی خود را سرمایه‌گذاری می‌کند و درآمدی معادل رابطه ۱۱، کسب می‌کند.

$$R_{S_۲} = (Z_۰ - C_{M_۰})(۱ + y_s)^{t_۱} \tag{۱۱.۳}$$

هزینه زوال کل: برای محاسبه هزینه زوال کل، مقدار کل زوال در طول دوره در هزینه زوال هر واحد ضرب شود تا هزینه کل زوال به دست آید.

$$TC_{s_۱} = C_b \left(\frac{\eta \times d}{(\theta - \eta)} - \frac{\eta d}{(\theta - \eta) \times e^{T(\theta-\eta)}} \right) \tag{۱۲.۳}$$

هزینه دفع کل زوال: این هزینه با ضرب هزینه دفع هر واحد در مقدار زوال در کل دوره بدست می‌آید.

$$TC_{s_۲} = C_o \left(\frac{\eta d}{(\theta - \eta)} - \frac{\eta d}{(\theta - \eta) \times e^{T(\theta-\eta)}} \right) \tag{۱۳.۳}$$

مقدار کل هزینه نگهداری: هزینه نگهداری در این مسئله تابعی از زمان است. هزینه نگهداری در این مسئله از زمان صفر تا $t_{۱_۰}$ با نرخ e^{kt} افزایش و سپس از زمان $t_{۱_۰}$ تا آخر دوره با نرخ bt افزایش می‌یابد. بنابراین رابطه ۱۴ کل هزینه موجودی را نشان می‌دهد.

$$\begin{aligned} H_c &= \int_{۰}^{t_{۱_۰}} e^{kt}\ \times y(t)dt + \int_{t_{۱_۰}}^{T} bt \times y(t)dt \\ &= \int_{۰}^{t_{۱_۰}} e^{kt}\ \times \frac{d}{e^{T(\theta-\eta)}} \times e^{t(\theta-\eta)}dt + \int_{t_{۱_۰}}^{T} bt \times \frac{d}{e^{T(\theta-\eta)}} \times e^{t(\theta-\eta)}dt \end{aligned}$$

$$= \frac{d \times (e^{(k+\theta-\eta)t_{1\circ}} - 1)}{(k+\theta-\eta) \times e^{T(\theta-\eta)}} + \frac{b\,d}{e^{T(\theta-\eta)}} \left(\frac{T \times e^{T(\theta-\eta)}}{(\theta-\eta)} - \frac{t_{1\circ} \times e^{t_{1\circ}(\theta-\eta)}}{(\theta-\eta)} - \frac{e^{T(\theta-\eta)}}{(\theta-\eta)^{2}} + \frac{e^{t_{1\circ}(\theta-\eta)}}{(\theta-\eta)^{2}} \right)$$

$$= \frac{d \times (e^{(k+\theta-\eta)t_{1\circ}} - 1)}{(k+\theta-\eta) \times e^{T(\theta-\eta)}} + \frac{b\,d}{(\theta-\eta)^{2} \times e^{T(\theta-\eta)}} \times \left((T(\theta-\eta)-1) \times e^{T(\theta-\eta)} - (t_{1\circ}(\theta-\eta)-1) \times e^{t_{1\circ}(\theta-\eta)} \right) \quad (۱۴.۳)$$

هزینه خرید مواد: در این مسئله، دو نوع خرید در سه زمان متفاوت انجام می‌گردد؛
هزینه خرید مواد اولیه در زمان صفر که برابر با هزینه خرید هر واحد مواد اولیه (P_M) ضرب در مقدار سفارش (W) است.

$$C_{M\circ} = P_M \times W = P_M \times \frac{d}{e^{T(\theta-\eta)}} \quad (۱۵.۳)$$

هزینه خرید مواد مصرفی در زمان t_1 و t_2 که به ترتیب از رابطه ۱۶ و ۱۷ بدست می‌آید:

$$C_{M1} = \frac{d}{e^{T(\theta-\eta)}} \times e^{t_1(\theta-\eta)} \times P_F \quad (۱۶.۳)$$

$$C_{M2} = \frac{d}{e^{T(\theta-\eta)}} \times e^{t_2(\theta-\eta)} \times P_F \quad (۱۷.۳)$$

هزینه تولید در یک دوره: در این مسئله هزینه‌های تولید به سه دسته تقسیم می‌شود. ۱) هزینه استفاده از فضا برابر است با بیشترین مقدار موجودی موجود در طول دوره در هزینه استفاده از فضا C_p، ۲) هزینه تجهیزات و تاسیسات مستقل از موجودی و با مقدار ثابت در نظر گرفته شده است که برابر با C_E است و ۳) هزینه نیروی انسانی C_M نیز در اینجا مستقل از موجودی فرض شده است. مجموع این سه هزینه در رابطه ۱۸ آمده است.

$$\begin{aligned} TC_{s3} &= C_M + C_E + (C_p \times Max\ y(t)) \\ &= C_M + C_E + (C_p \times Max\ \frac{d}{e^{T(\theta-\eta)}} \times e^{t(\theta-\eta)}) \\ &= C_M + C_E + (C_p \times \frac{d}{e^{T(\theta-\eta)}} \times e^{\frac{1}{(\theta-\eta)} \times (\theta-\eta)}) \end{aligned} \quad (۱۸.۳)$$

هزینه فرصت از دست رفته: تولیدکننده، هزینه از دست رفته سرمایه‌گذاری دارد که می‌توانست با سرمایه‌گذاری سرمایه در گردش به دست آورد که برابر است با:

$$TC^{3}_{S4} = Z_\circ\,(1+y_s)^T - Z_\circ \quad (۱۹.۳)$$

هزینه تامین مالی: اگر سرمایه در گردش به اندازه هزینه‌های خرید اول دوره و مقداری از هزینه در زمان t_1 باشد، تولید کننده برای تامین مقدار باقی مانده هزینه C_{M1} و تمام هزینه C_{M2} باید وام بگیرد که مبلغ وام به ترتیب

برای این دوزمان برابر است با $L_{t۱}$ و $L_{t۲}$. در این حالت جمع هزینه‌های تأمین مالی با در نظر گرفتن ارزش زمانی پول برابر با رابطه ۲۲ است:

$$L_{t_۱} = (-(Z_۰ - C_{M_۰})(۱ + y_s)^{t_۱} + C_{M_۱})^+ \qquad (۲۰.۳)$$

$$L_{t_۲} = C_{M_۲} \qquad (۲۱.۳)$$

$$TC^{۳}_{S۵} = (L_{t_۲} \times (۱ + r_s)^{T-t_۲} - L_{t_۲}) + (L_{t_۱} \times (۱ + r_s)^{T-t_۱} - L_{t_۱}) \qquad (۲۲.۳)$$

متوسط سود تولیدکننده در واحد زمان: با توجه به روابط بالا، متوسط سود تولید کننده در واحد زمان از رابطه ۲۳ بدست می‌آید.

$$\pi_s = \frac{۱}{T}\left((R_{S۱}) - (H_c + TC_{s۱} + TC_{s۲} + TC_{s۳} + TC^{۳}_{s۴} + TC^{۳}_{s۵}\right) \qquad (۲۳.۳)$$

بهینه‌سازی سود تولیدکننده: برای تعیین زمان بهینه پرداخت به تولیدکننده و درصد تخفیف روزانه از دیدگاه تولید کننده باید از تابع سود تولیدکننده مشتق گرفته و برابر صفر قرار داد تا نقطه بهینه تعیین شود. سپس ماتریس هشین تشکیل داده و با دترمینان ماتریس هشین نوع نقطه از لحاظ اکسترمم یا زینی بودن آن را تعیین می‌شود. مشتق اول از تابع سود تولیدکننده نسبت به زمان پرداخت برابر رابطه ۲۴ است:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\pi_s) = \frac{dP_R dis\,(۱ + y_s)^{T-t} - dP_R\,(۱ - (T-t)dis\,)\,(۱ + y_s)^{T-t}\ln(۱ + y_s)}{T} \qquad (۲۴.۳)$$

اگر تابع فوق را برابر صفر قرار داده شود، مقدار بهینه درصد تخفیف را به دست می‌آید که برابر با $dis = \ln(۱ + y_s)$ خواهد بود. همچنین مشتق دوم تابع سود تولیدکننده نسبت به زمان تخفیف برابر رابطه ۲۵ است:

$$\frac{\partial^۲}{\partial t^۲}(\pi_s) = \frac{-۲dP_R dis\,(۱ + y_s)^{T-t}\ln(۱ + y_s) + dP_R\,(۱ - (T-t)dis\,)\,(۱ + y_s)^{T-t}\ln(۱ + y_s)^۲}{T} \qquad (۲۵.۳)$$

مشتق اول از تابع سود تولیدکننده نسبت به درصد تخفیف روزانه برابر رابطه ۲۶ است. اگر این رابطه را برابر صفر قرار داده شود، زمان بهینه پرداخت زودتر از موعد به دست می‌آید که برابر صفر است. مشتق دوم تابع سود نسبت به درصد تخفیف برابر با صفر است.

$$\frac{\partial}{\partial dis}(\pi_s) = \frac{-dP_R t\,(۱ + y_s)^t}{T} \qquad (۲۶.۳)$$

چنانچه از تابع سود تولیدکننده مشتقات جزئی نسبت به درصد تخفیف و زمان گرفته شود رابطه ۲۷ بدست می‌آید.

$$\frac{\partial}{\partial t \partial dis}(\pi_s) = \frac{\partial}{\partial dis \partial t}(\pi_s) = \frac{dP_R(1+y_s)^{T-t} - dP_R(-T+t)(1+y_s)^{T-t}\ln(1+y_s)}{T} \quad (۲۷.۳)$$

با توجه به معادلات بالا، ماتریس هشین برابر رابطه ۲۸ و دترمینان آن برابر با رابطه ۲۹ است.

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\pi_s) & \frac{\partial}{\partial t \partial dis}(\pi_s) \\ \frac{\partial}{\partial dis \partial t}(\pi_s) & \frac{\partial^2}{\partial dis^2}(\pi_s) \end{bmatrix} \quad (۲۸.۳)$$

$$\det(A) = -\left(\frac{dP_R(1+y_s)^{T-t} - dP_R(-T+t)(1+y_s)^{T-t}\ln(1+y_s)}{T}\right)^2 \quad (۲۹.۳)$$

حال به دلیل اینکه دترمینان ماتریس هشین منفی است این نقطه زینی است.

۲.۳ روابط مدل سود خریدار

درآمد حاصل از فروش: خریدار درآمدی حاصل از فروش محصولات خریداری شده از تولیدکننده به مشتریانش به دست می‌آورد که برابر است با:

$$R_{B1} = P_z\, d \quad (۳۰.۳)$$

هزینه خرید: اگر تولیدکننده همه سفارش‌های خریدار را تحویل دهد، هزینه خرید خریدار در یک دوره سفارش‌دهی برابر با حاصل ضرب مقدار تقاضا در قیمت فروخته شده محصول به خریدار به اضافه هزینه ثابت خرید است. در این مسئله قیمت فروخته شده محصول به خریدار به دلیل تخفیف داده شده توسط تولیدکننده از رابطه ۳۱ دست می‌آید و هزینه خرید از رابطه ۳۲ قابل محاسبه است.

$$P_R^t = P_R \times (1 - dis \times (T-t)) \quad (۳۱.۳)$$

$$TC_{B1}^2 = (P_R^t \times d) + C \quad (۳۲.۳)$$

هزینه فرصت از دست رفته: خریدار هزینه از دست رفته سرمایه‌گذاری دارد که می‌توانست با سرمایه‌گذاری سرمایه در گردش خود تا آخر دوره به دست آورد. این هزینه فرصت از دست رفته برابر است با:

$$TC^{۲}_{B۲} = (Liq_B\,(۱ + y_b)^{T-t} - Liq_B) \tag{۳۳.۳}$$

هزینه تامین مالی: در مدل تعریف شده، سرمایه در گردش خریدار برای پرداخت هزینه‌ها کافی نیست و باید باقی‌مانده هزینه‌ها را از طریق بدهی کوتاه مدت از موسسات مالی بپردازد و هزینه تامین مالی برابر بهره بانکی تا زمان تسویه با موسسه مالی است. زمان تسویه با موسسات مالی در این مسئله برابر آخر دوره فروش فرض شده است. هزینه این تامین مالی، برابر با رابطه ۳۵ است. این هزینه مقدار بهره پرداختی به موسسه مالی بابت وامی به مبلغ L_t و به مدت $T-t$ است.

$$L_t = ((P^t_R \times d + C) - Liq_B) \tag{۳۴.۳}$$

$$TC^{۱}_{B۳} = (L_t \times (۱ + r_b)^{T-t} - L_t) \tag{۳۵.۳}$$

متوسط سود خریدار در واحد زمان: متوسط سود خریدار در واحد زمان با توجه به هزینه‌های خریدار و درآمدهای آن برابر است با:

$$\pi_b = \frac{۱}{T}(\ R_B - \left(TC^{۲}_{B۱} + TC^{۲}_{B۲} + TC^{۱}_{B۳}\right)) \tag{۳۶.۳}$$

بهینه‌سازی مدل خریدار: مشتق تابع سود خریدار نسبت به t برابر رابطه ۳۷ است:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\pi_b) = \frac{-dP_R dis + liq_b\,(۱ + y_b)^{T-t} \ln(۱ + y_b) - dP_R dis\,((۱ + r_b)^{T-t} - ۱)}{T} + \frac{(P_R\,(۱ - (T-t)dis)\,d + C - liq_b)\,(۱ + r_b)^{T-t} + liq_b\,(۱ + y_b)^{t}\,(۱ + r_b)^{T-t} \ln(۱ + r_b)}{T} \tag{۳۷.۳}$$

اگر تابع بالا را برابر صفر قرار دهیم مقدار بهینه تخفیف به دست می‌آید که برابر رابطه ۳۸ است:

$$dis\ = -\frac{\ln(۱ + r_b)\,dP_R + C \times \ln(۱ + r_b) + liq_b \ln(۱ + y_b) - liq_b \ln(۱ + r_b)}{P_R d} \tag{۳۸.۳}$$

سپس مشتق دوم تابع سود خریدار گرفته می‌شود و برابر رابطه ۳۹ است:

$$\frac{\partial^{۲}}{\partial t^{۲}}(\pi_b) = \frac{-liq_b\,(۱ + y_b)^{T-t} \ln(۱ + y_b)^{۲} + ۲dP_R dis\ \ (۱ + r_b)^{T-t} \ln(۱ + r_b)}{T}$$

$$- \frac{\left(P_R\left(۱-(T-t)dis\right)d+C-liq_b\right)\ \left(۱+r_b\right)^{T-t}\ln\left(۱+r_b\right)^{۲}}{T} \qquad (۳۹.۳)$$

همچنین برای پیدا کردن درصد تخفیف بهینه خریدار باید از تابع سود خریدار مشتق گرفته شود. مشتق اول تابع سود خریدار نسبت به درصد تخفیف برابر رابطه ۴۰ است:

$$\frac{\partial}{\partial dis}(\pi_b) = \frac{-P_R(-T+t)d - P_R(-T+t)d((۱+r_b)-۱)}{T} \qquad (۴۰.۳)$$

اگر تابع بالا برابر صفر قرار داده شود، زمان بهینه پرداخت زودتر از موعد از دیدگاه خریدار به دست می‌آید که برابر صفر است. مشتق دوم تابع سود خریدار در این حالت نیز نسبت به درصد تخفیف نیز برابر صفر است. چنانچه از تابع سود خریدار نسبت به درصد تخفیف و زمان پرداخت مشتق گرفته شود، رابطه ۴۱ به دست می‌آید.

$$\frac{\partial}{\partial t\partial dis}\left(\pi_b\right) = \frac{-P_Rd - P_Rd((۱+r_b)^{T-t}-۱) + P_R(-T+t)d\left(۱+r_b\right)^{T-t}\ln\left(۱+r_b\right)}{T} \qquad (۴۱.۳)$$

با توجه به معادلات بالا، ماتریس هشیین سود خریدار برابر رابطه ۴۲ است:

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial^{۲}}{\partial t^{۲}}(\pi_b) & \frac{\partial}{\partial t\partial dis}\left(\pi_b\right) \\ \frac{\partial}{\partial dis\partial t}\left(\pi_b\right) & \frac{\partial^{۲}}{\partial dis^{۲}}\left(\pi_b\right) \end{bmatrix} \qquad (۴۲.۳)$$

همچنین دترمینان ماتریس بالا برابر رابطه ۴۳ است:

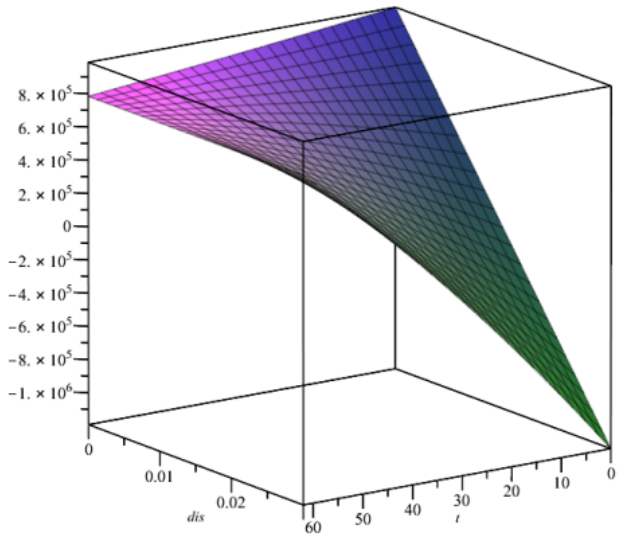
$$\det(B) = -\left(\frac{-P_Rd - P_Rd((۱+r_b)^{T-t}-۱) + P_R(-T+t)d\left(۱+r_b\right)^{T-t}\ln\left(۱+r_b\right)}{T}\right)^{۲} \qquad (۴۳.۳)$$

حال به دلیل اینکه دترمینان ماتریس هشین منفی است این نقطه زینی است.

۴ تحلیل توابع متوسط سود در واحد زمان

اگر مقدار سرمایه در گردش تولیدکننده به اندازه هزینه‌های خرید اول دوره و مقداری از هزینه‌های زمان $t_۱$ باشد تولیدکننده باید به مقدار کمبود هزینه، وام بگیرد. با توجه به مقادیر عددی ذکر شده در جدول ۱، تابع سود تولیدکننده در این حالت در شکل ۱ رسم شده است. در این حالت تولیدکننده زمانی بیشترین سود را داراست که با خریدار توافق کند که مبلغ خرید را در ابتدای دوره و بدون دادن تخفیف دریافت نماید. واضح است که این خواسته تولید کننده از نظر خریدار موجه نیست و لزومی ندارد که بدون تخفیف کل مبلغ خرید را در ابتدای دوره بپردازد.

از آنجا که خریدار سرمایه در گردش کافی ندارد، باید کمبود نقدینگی خود را از موسسات مالی وام بگیرد. با در نظر گرفتن این موضوع و مقادیر عددی تعریف شده در جدول ۱، تابع سود خریدار در شکل ۲ نشان داده شده است. بر اساس این شکل خریدار زمانی بیشترین سود را داراست که در آخر دوره هزینه خرید را به تولیدکننده پرداخت کند.



شکل ۱: تابع سود تولیدکننده

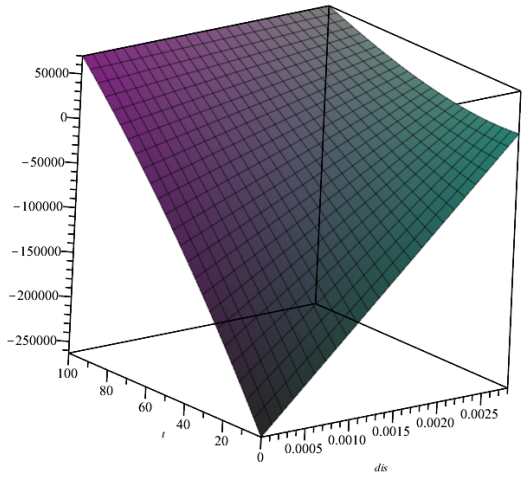
برای یافتن زمان و درصد تخفیف بهینه برای زمانی که سود خریدار و تولیدکننده در بیشترین مقدار ممکن باشد و برای هر دو طرف به صرفه باشد؛ می‌توان نمودار سود تولیدکننده و خریدار بر اساس متغیر زمان و با تغییر درصد تخفیف ترسیم کرد. بدیهی است درصد تخفیف باید نزدیک نرخ بازده سرمایه در گردش تولیدکننده و خریدار انتخاب شود. منحنی‌های سود تولیدکننده در بازه زمانی از صفر تا ۶۲ برای مقادیر مختلف درصد تخفیف در شکل ۳ ترسیم شده است.

منحنی‌های سود خریدار در این حالت در بازه زمانی صفر تا ۶۲ برای مقادیر مختلف تخفیف در شکل ۴ ترسیم شده است و این مقادیر نزدیک به نرخ بازده روزانه سرمایه در گردش انتخاب شده است.

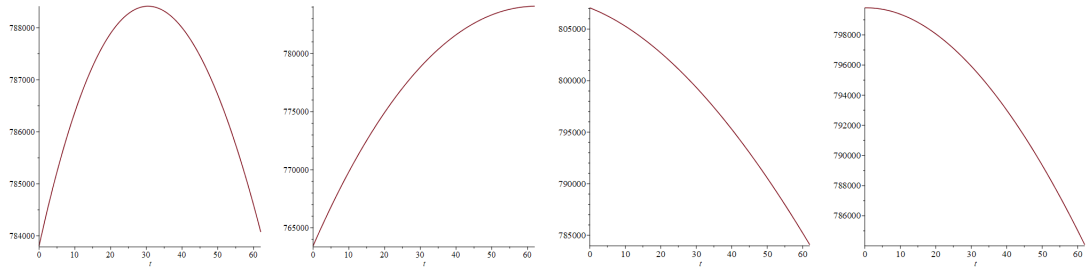
نمودارهای ترسیم شده خریدار و تولیدکننده نشان می‌دهد که با تغییر اندک درصد تخفیف رفتار نمودار کاملا تغییر می‌کند که نشان دهنده حساسیت مدل به درصد تخفیف است. حال سوال این است که آیا شرایطی وجود دارد که خریدار حاضر شود با گرفتن تخفیف و حفظ سود بیشینه خود، پرداخت زودتر از زمان انتهای دوره داشته باشد؟ در ادامه به بررسی این موضوع پرداخته می‌شود.

اگر تولیدکننده در زمان $t = T = ۶۲$ و با نرخ بهره روزانه بدهی کوتاه مدت $r_s = ۰/۰۰۵۳$ و نرخ بازده روزانه سرمایه در گردش $y_s = ۰/۰۰۳۶۵$ برای تولیدکننده، پول را از خریدار دریافت کند، بیشترین سود تولیدکننده برابر ۷۸۱۵۹۸ است. در این حالت تولیدکننده می‌تواند کمبود نقدینگی خود را از طریق بدهی کوتاه مدت برطرف می‌کند، بنابراین نباید سودش از زمانی که تخفیف نمی‌دهد کمتر شود؛ پس اگر پول را در زمان $t = ۰$ دریافت کند و نرخ بهره بانکی تولیدکننده ثابت فرض شود، درصد تخفیف باید در محدوده $dis \leq ۰/۰۰۳۲۶$ باشد تا سود تولیدکننده از مقدار سود بهینه تولیدکننده در زمان $T = ۶۲$ کمتر نشود (شکل ۵).

اگر خریدار در زمان $t = T = ۶۲$ با $dis = ۰/۰۰۳۲۶$ پول را به تولیدکننده پرداخت کند، بیشترین سود خریدار برابر با ۱۱۲۹۰۳ است. در زمان $t = ۰$ با $dis = ۰/۰۰۳۲۶$ تابع سود خریدار به ازای نرخ بهره روزانه بدهی کوتاه مدت r_b و نرخ بهره روزانه سرمایه در گردش y_b نشان داده شده است. در مقادیر کمتر از آستانه y_b و r_b می‌تواند این تابع مثبت باشد. بنابراین شرایطی وجود دارد که توافق بین طرفین صورت می‌گیرد (شکل ۶).



شکل ۲: تابع سود خریدار

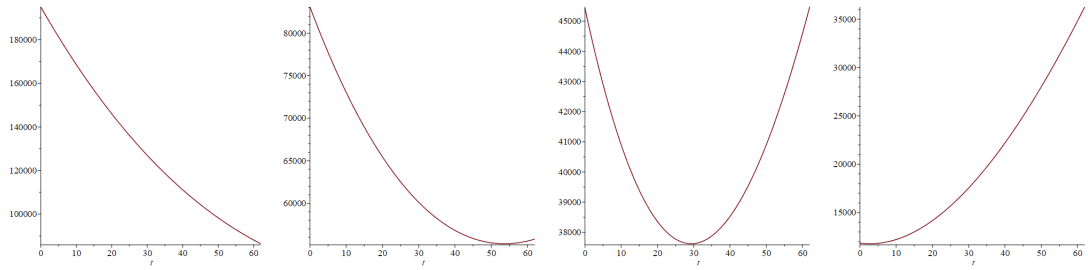


شکل ۳: تابع سود تولیدکننده با مقادیر مختلف درصد تخفیف

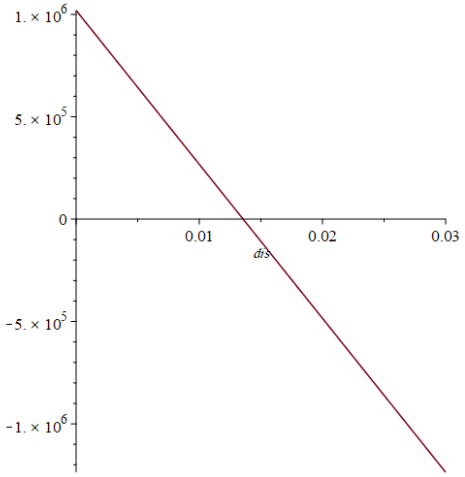
۵ جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

با توجه به شرایط حاکم بر دنیای امروز یکی از مشکلات اعضای زنجیره تامین کمبود نقدینگی است که برای حل این مسئله روش‌های تامین مالی به وجود آمده است. هدف مسئله این تحقیق، تعیین نرخ تخفیف و زمان پرداخت زود هنگام خریدار است، به طوری که سود خریدار و تولیدکننده بهینه شود. در این مدل خریدار و تولیدکننده با محدودیت سرمایه در گردش رو به رو هستند. سود تولیدکننده و خریدار با توجه درآمدها و هزینه‌هایشان مدل شده است. قیمت عمده فروشی در صورت پرداخت زود هنگام دارای تحفیف کلی است و خریدار در ابتدای دوره، سفارش گذاری می‌کند و افق برنامه‌ریزی بی‌نهایت در نظر گرفته شده است. به دلیل منفی بودن دترمینان ماتریس هشین تولیدکننده و خریدار، توابع سود خریدار و تولیدکننده بر اساس دو متغیر نرخ تخفیف و زمان پرداخت زود هنگام خریدار به تولیدکننده دارای نقطه زینی است. نرخ تخفیف باید نرخی نزدیک به نرخ بهره روزانه انتخاب شود تا هم برای خریدار هم برای تولیدکننده سودآور باشد.

بررسی تابع سود خریدار بر اساس نرخ تخفیف و زمان پرداخت زود هنگام خریدار به تولید کننده نشان می‌دهد بیشترین سود خریدار زمانی اتفاق می‌افتد که خریدار تخفیف را دریافت کند و آخر دوره پول را به تولیدکننده پرداخت کند که در این حالت به دلیل زیان تولید کننده، توافقی صورت نخواهد گرفت. بررسی تابع سود تولیدکننده بر اساس نرخ تخفیف و زمان پرداخت زود هنگام خریدار به تولیدکننده نشان می‌دهد بیشترین سود تولیدکننده زمانی اتفاق می‌افتد که تولیدکننده هیچ تخفیفی به خریدار ندهد و پول خریدار را در ابتدای دوره دریافت کند که به دلیل



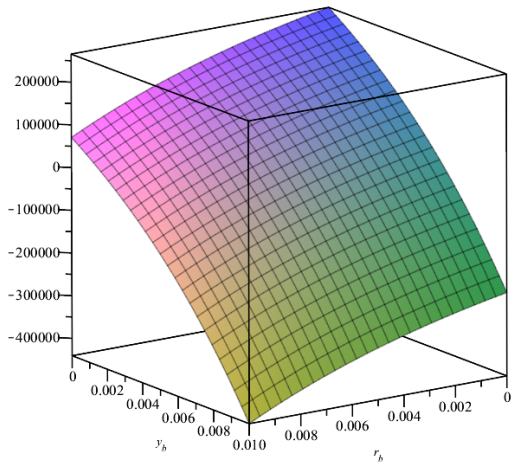
شکل ۴: تابع سود خریدار با مقادیر مختلف درصد تخفیف



شکل ۵: تابع سود تولیدکننده بر حسب dis در اول دوره

ضرر خریدار در دنیای واقعی رخ دادن این اتفاق ناممکن است. بر اساس درصدهای مختلف تخفیف، توابع سود تولیدکننده و خریدار بر حسب زمان توافق پرداخت رسم شد و مشاهده شد به ازای نرخ‌های تخفیف متفاوت رفتار نمودارهای سود متفاوت است. به منظور بررسی امکان توافق بین تولیدکننده و خریدار، محدوده‌های مختلفی از درصد تخفیف بررسی شد. همچنین برای تعیین محدوده مناسب تخفیف، سود تولیدکننده بیشتر یا مساوی سود در حالتی که تولیدکننده تخفیف ندهد قرار داده شد. محدوده نرخ بهره تامین مالی و نرخ سود حاصل از سرمایه‌گذاری خریدار در محدوده تعیین شده تحلیل شد. بر اساس نتایج نهایی نشان داده شد که شرایطی وجود دارد که با بکارگیری مکانیزم تخفیف پویا می‌توان سود خریدار و تولیدکننده را به طور همزمان در زنجیره تامین بهبود داد و آنها را به توافق رساند.

برای تحقیقات آتی پیشنهاد می‌شود ترکیب انواع مختلف تقاضا مثل تقاضای وابسته به قیمت، تقاضای تصادفی، تقاضای وابسته به تورم، تقاضای وابسته به زمان و تقاضای وابسته به سطح موجودی در مدل‌سازی مسأله استفاده شود. همچنین می‌توان از توابع تقاضاهای ترکیبی برای کاربردی‌تر بودن و انطباق با شرایط واقعی مدل استفاده کرد. پیشنهاد دیگر استفاده از مدل‌های تخفیف جزئی و در نظر گرفتن تخفیف در خرده‌فروشی در مدل است. در بخش مدل‌سازی مسأله این مقاله کمبود موجودی مجاز نبود؛ بنابراین در تحقیقات آتی می‌توان کمبود موجودی در مدل در نظر گرفت. تعداد سطوح زنجیره در این تحقیق دو سطحی با یک تولید کننده و یک خریدار در نظر گرفته شده است. در تحقیقات آتی می‌توان زنجیره تامین سه سطحی با چند تولید کننده یا چند خریدار در نظر گرفت.



شکل ۶: تابع سود خریدار در حالت ۱ بر حسب y_b و r_b

مراجع

[1] Jia, F., Blome, C., Sun, H., Yang, Y., and Zhi, B., 2020. Towards an integrated conceptual framework of supply chain finance: An information processing perspective. *International Journal of Production Economics*, **219**, 1–15. doi: 10.1016/j.ijpe.2019.05.013.

[2] Pfohl, H.-C. and Gomm, M., 2009. Supply chain finance: optimizing financial flows in supply chains. *Logistics Research*, **3–4**, 149–161.

[3] Chen, J., Yang, L.-X., Huang, D.-W., Yang, X., and Tang, Y. Y., 2019. Dynamic discount pricing in competitive marketing. *IEEE Access*, **7**, 145340–145347.

[4] Templar, S., Hofmann, E., and Findlay, C., 2020. Financing the End-to-End Supply Chain: A Reference Guide to Supply Chain finance. [Online]. Available: https://www.alexandria.unisg.ch/248751/

[5] Zhao, L. and Huchzermeier, A., 2016. Managing supplier financial distress with advance payment discount and purchase order financing. *Omega*, **88**, 77–90.

[6] Caniato, F., Gelsomino, L. M., Perego, A., and Ronchi, S., 2016. Does finance solve the supply chain financing problem? *Supply Chain Management an International Journal*, **21**, 534–549.

[7] Liebl, J., Hartmann, E., and Feisel, E., 2016. Reverse factoring in the supply chain: objectives, antecedents and implementation barriers. *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*, **46**, 1–15. doi: 10.1108/ijpdlm-08-2014-0171.

[8] Wang, Z., Wang, Q., Lai, Y., and Liang, C., 2020. Drivers and outcomes of supply chain finance adoption: An empirical investigation in China. *International Journal of Production Economics*, **220**, 107453. doi: 10.1016/j.ijpe.2019.07.026.

[9] Pellegrino, R., Costantino, N., and Tauro, D., 2019. Supply Chain Finance: A supply chain-oriented perspective to mitigate commodity risk and pricing volatility. *Journal of Purchasing and Supply Management*, **25**, 118–133.

[10] Song, H., Yu, K., and Lu, Q., 2018. Financial service providers and banks' role in helping SMEs to access finance. *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*, **48**, 69–92.

[11] Chen, X. and Cai, G., 2011. Joint logistics and financial services by a 3PL firm. *European Journal of Operational Research*, **214**, 579–587.

[12] Van Der Vliet, K. K., Reindorp, M. M., and Fransoo, J. J., 2015. The price of reverse factoring: Financing rates vs. payment delays. *European Journal of Operational Research*, **242**, 842–853.

[13] Klapper, L., 2006. The role of factoring for financing small and medium enterprises. *Journal of Banking & Finance*, **30**, 3111–3130.

[14] Grüter, R. and Wuttke, D. A., 2017. Option matters: valuing reverse factoring. *International Journal of Production Research*, **55**, 6608–6623.

[15] Devalkar, S. K. and Krishnan, H., 2019. The impact of working capital financing costs on the efficiency of trade credit. *Production and Operations Management*, **28**, 878–889.

[16] Shou, Y., Shao, J., and Wang, W., 2021. How does reverse factoring affect operating performance? An event study of Chinese manufacturing firms. *International Journal of Operations & Production Management*, **41**, 289–312.

[17] Berger, A. N. and Udell, G. F., 2006. A more complete conceptual framework for SME finance. *Journal of Banking & Finance*, **30**, 2945–2966.

[18] Li, S. and Chen, X., 2018. The role of supply chain finance in third-party logistics industry: a case study from China. *International Journal of Logistics Research and Applications*, **22**, 154–171.

[19] Zhou, Y.W., Zhong, Y.G., and Wahab, M. I. M., 2013. How to make the replenishment and payment strategy under flexible two-part trade credit. *Computers & Operations Research*, **40**, 1328–1338.

[20] Zhi, B., Wang, X., and Xu, F., 2021. Portfolio optimization for inventory financing: Copula-based approaches. *Computers & Operations Research*, **136**, 105481. doi: 10.1016/j.cor.2021.105481.

[21] Hua, S., Xiaoye, S., and Yuanfang, S., 2022. Dynamic discounting program of supply chain finance based on a financial information matching platform. *Annals of Operations Research*, **331**, 221–250.