



Kharazmi University

A Bayesian Tri-Level Optimization Framework for Optimal EEG Channel Selection in Seizure Prediction

A. M. Khansari¹, B. M. Afsharirad²✉

1. Faculty of Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran. E-mail: m.khansari@mail.um.ac.ir

2. Corresponding Author, Faculty of Mathematics, Mazandaran University of Science and Technology, Behshahr, Iran. ✉

E-mail: m.afsharirad@mazust.ac.ir

Article Info

Article type:

Research Article

Article history:

Received: 1 August 2025

Received in revised form:

11 August 2025

Accepted: 14 June 2021

Published online: 3

November 2025

Keywords:

Bayesian model, multilevel optimization, channel selection, correlation analysis, EEG signal, probabilistic modeling

ABSTRACT

Introduction

In this study, a three-stage optimization framework is proposed for selecting the optimal EEG channel with the aim of improving seizure prediction performance. The proposed approach is grounded in Bayesian theory and developed using a tri-level optimization methodology. In the first stage, the conditional probability derived from the correlation between temporal segments of preictal and ictal signals is computed. By incorporating the prior probability, the posterior probability is modeled and optimized as the objective function of the first level. In the second level, the optimized posterior probability is employed to determine the optimal seizure prediction time for each channel, representing the earliest moment when seizure-related information emerges in that channel. The third-level optimization problem aims to identify the optimal channel based on the optimal prediction times obtained from all channels. This multilevel optimization process ensures the selection of a channel that not only minimizes the prediction delay but also provides the most informative features to the system. Experimental evaluations on real EEG data from 14 epileptic patients demonstrate that the proposed method achieves an effective trade-off between prediction accuracy and model complexity.

Material and Methods

EEG signals were recorded using multiple electrodes placed on the scalp following the international 10–20 system. Data from the Siena Scalp EEG database, including recordings from 14 epilepsy patients, were analyzed. Each EEG signal was segmented into short time windows to examine temporal changes and preictal patterns. Correlation analysis, including Pearson correlation and normalized cross-correlation, was applied to quantify the similarity between preictal segments and seizure segments. A Bayesian framework was employed to estimate the posterior probability of seizure-related information in each segment, combining prior probabilities based on temporal proximity to seizure onset and conditional probabilities derived from correlation measures. The optimal EEG channel for seizure prediction was then identified as the one exhibiting the earliest maximum posterior probability. The process was performed individually for each patient to allow subject-specific channel selection.



Kharazmi University

Results and discussion

The results obtained from the Siena Scalp EEG database indicate that channels Fp1, F3, Cz, and Fc1 consistently exhibit lower optimal prediction times, detecting seizure-related information earlier than other channels. This suggests that these channels are more sensitive to preictal changes and can serve as key indicators in seizure prediction algorithms. In contrast, channels such as T5 and O2 show higher optimal times and play a less significant role in early detection. The variability of optimal times across subjects highlights the importance of subject-specific channel selection, indicating that the most informative channels may differ between individuals. Overall, these findings demonstrate the capability of the proposed method to identify channels containing valuable information for seizure prediction, providing a foundation for improving prediction accuracy and timing.

Conclusion

In this study, a Bayesian-based method was proposed to identify the optimal EEG channel for seizure prediction. Using correlation analysis and posterior probability estimation, the channel that exhibited the earliest seizure-related information was selected as the optimal one. Experimental results on the Siena Scalp EEG database showed that channels F3, Fp1, Cz, and Fc1 were most frequently identified as optimal and can play a key role in seizure prediction algorithms. The findings also highlight the importance of selecting subject-specific optimal channels to enhance prediction performance.

How to cite: Khansari, M., & Afsharirad, M. (2025). A Bayesian Tri-Level Optimization Framework for Optimal EEG Channel Selection in Seizure Prediction. *Mathematical Researches*, 11(2), 75–94.



© The Author(s).

Publisher: Kharazmi University

یک چارچوب بهینه‌سازی سه‌سطحی مبتنی بر مدل بیزین برای انتخاب کانال بهینه EEG در پیش‌بینی تشنج

مریم خوانساری^۱، ماریا افشاری راد^۲ ✉

۱. دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران. رایانامه: m.khansari@mail.um.ac.ir
۲. دانشکده ریاضی، دانشگاه علم و فناوری مازندران، بهشهر، ایران. رایانامه: m.afsharirad@mazust.ac.ir

اطلاعات مقاله	چکیده
نوع مقاله: مقاله پژوهشی	متن چکیده
تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۵/۱۰	در این پژوهش، یک چارچوب سه‌مرحله‌ای بهینه‌سازی برای انتخاب کانال بهینه EEG با هدف بهبود پیش‌بینی بهینه تشنج ارائه شده است. این رویکرد بر پایه اصول نظریه بیز شکل گرفته و با رویکرد روش‌های مبتنی بر بهینه‌سازی سه سطحی توسعه یافته است. در مرحله نخست، با استفاده از احتمال شرطی حاصل از همبستگی میان قطعه‌های زمانی، سیگنال‌های پیش از تشنج و بازه زمانی تشنج محاسبه شده و با در نظر گرفتن احتمال پیشین، احتمال پسین مدل‌سازی می‌شود و به عنوان تابع هدف سطح اول بهینه می‌شود. در سطح دوم، از احتمال بهینه‌شده برای تعیین زمان بهینه پیش‌بینی تشنج در هر کانال استفاده می‌شود؛ به‌گونه‌ای که این زمان بیانگر زودترین لحظه‌ای است که اطلاعات مرتبط با تشنج در آن کانال آشکار می‌شود. مساله بهینه‌سازی سطح سوم در پی یافتن کانال بهینه با استفاده از زمان بهینه هر کانال است. این فرآیند بهینه‌سازی چندسطحی، انتخاب کانالی را تضمین می‌کند که علاوه بر کاهش تأخیر پیش‌بینی، بیشترین اطلاعات مفید را در اختیار سیستم قرار می‌دهد. اجرای این روش بر روی داده‌های واقعی مربوط به ۱۴ بیمار مبتلا به صرع نشان می‌دهد که روش پیشنهادی می‌تواند تعادل کارایی بین دقت پیش‌بینی و پیچیدگی مدل ایجاد نماید.
واژه‌های کلیدی: مدل بیزین، بهینه‌سازی چندسطحی، انتخاب کانال، تحلیل همبستگی، سیگنال EEG، مدل‌سازی احتمالاتی	
	مواد و روش‌ها
	سیگنال‌های EEG با استفاده از چندین الکتروود قرار داده شده روی پوست سر و مطابق با سیستم بین‌المللی ۱۰-۲۰ ثبت شدند. داده‌ها از پایگاه داده Siena Scalp EEG شامل ثبت‌های مربوط به ۱۴ بیمار مبتلا به صرع تحلیل شدند. هر سیگنال EEG به بازه‌های زمانی کوتاه تقسیم شد تا تغییرات زمانی و الگوهای پیش‌تشنج بررسی شوند. تحلیل همبستگی، شامل ضریب همبستگی پیرسون و همبستگی عرضی نرمال‌شده، برای کمیت‌سنجی شباهت بین بخش‌های پیش‌تشنج و بخش‌های مربوط به تشنج به کار رفت. چارچوب بیزی برای برآورد احتمال پسین اطلاعات مرتبط با تشنج در هر قطعه به کار گرفته شد، به طوری که احتمال پیشین

بر اساس نزدیکی زمانی به آغاز تشنج و احتمال شرطی از ضرایب همبستگی استخراج شد. سپس کانال EEG بهینه برای پیش‌بینی تشنج، کانالی تعیین شد که بیشترین مقدار احتمال پسین را در زودترین زمان نشان دهد. این فرآیند به صورت جداگانه برای هر بیمار انجام شد تا انتخاب کانال بهینه مختص هر فرد ممکن شود.

نتایج و بحث

نتایج حاصل از پایگاه داده Siena Scalp EEG نشان می‌دهد که کانال‌های Fp1، F3، Cz و Fc1 به طور مداوم زمان‌های پیش‌بینی بهینه کمتری دارند و اطلاعات مرتبط با تشنج را زودتر از سایر کانال‌ها شناسایی می‌کنند. این امر نشان می‌دهد که این کانال‌ها نسبت به تغییرات پیش‌تشنج حساس‌تر هستند و می‌توانند به عنوان شاخص‌های کلیدی در الگوریتم‌های پیش‌بینی تشنج عمل کنند. در مقابل، کانال‌هایی مانند T5 و O2 زمان‌های بهینه بالاتری نشان می‌دهند و نقش کمتری در شناسایی زودهنگام دارند. تغییرات زمان بهینه بین افراد مختلف اهمیت انتخاب کانال بهینه مختص هر بیمار را برجسته می‌کند، که نشان می‌دهد کانال‌های اطلاعاتی ممکن است بین افراد متفاوت باشند. به طور کلی، این یافته‌ها نشان‌دهنده توانایی روش پیشنهادی در شناسایی کانال‌هایی است که اطلاعات ارزشمند برای پیش‌بینی تشنج را در خود دارند و پایه‌ای برای بهبود دقت و زمان‌بندی پیش‌بینی فراهم می‌کنند.

نتیجه‌گیری

در این مطالعه، روشی مبتنی بر بیز برای شناسایی کانال EEG بهینه جهت پیش‌بینی تشنج ارائه شد. با استفاده از تحلیل همبستگی و برآورد احتمال پسین، کانالی که زودترین اطلاعات مرتبط با تشنج را نشان می‌داد، به عنوان کانال بهینه انتخاب شد. نتایج تجربی بر روی پایگاه داده Siena Scalp EEG نشان داد که کانال‌های Fp1، F3، Cz و Fc1 بیشترین دفعات شناسایی به عنوان کانال بهینه را داشتند و می‌توانند نقش کلیدی در الگوریتم‌های پیش‌بینی تشنج ایفا کنند. این یافته‌ها همچنین اهمیت انتخاب کانال بهینه مختص هر بیمار را برای افزایش عملکرد پیش‌بینی برجسته می‌کنند.

استناد: خوانساری، مریم؛ افشاری راد، ماریا (۱۴۰۴). یک چارچوب بهینه‌سازی سه‌سطحی مبتنی بر مدل بیزین برای انتخاب کانال بهینه EEG در پیش‌بینی تشنج. پژوهش‌های ریاضی، ۱۱ (۲)، ۷۵ - ۹۴.



مقدمه

صرع^۱ مجموعه‌ای از اختلالات عصبی است که با حملات مکرر تشنجی مشخص می‌شود و تقریباً ۱٪ از جمعیت جهان در تمامی سنین، هر دو جنس و در تمامی نژادها و زمینه‌های قومی را تحت تأثیر قرار می‌دهد [1]. تشنجه‌ها به دلیل تخلیه‌های الکتریکی بیش‌ازحد درون مغز رخ می‌دهند. این امواج الکتریکی با قرار دادن الکترودهای فلزی بر روی پوست سر قابل اندازه‌گیری هستند. ثبت این امواج الکتریکی الکتروانسفالوگرام^۲ (EEG) نامیده می‌شود. تشنجه‌ها معمولاً از طریق تحلیل سیگنال‌های EEG شناسایی می‌شوند. وقوع تشنج با لرزش شدید بدن، از دست دادن کنترل و کاهش یا از بین رفتن هوشیاری همراه است. بنابراین، تشنجه‌ها باعث کاهش کیفیت زندگی بیماران مبتلا به صرع می‌شوند [2]. اگر بتوان تشنجه‌های صرعی را از قبل پیش‌بینی کرد، می‌توان پیامدهای ناگوار بیماران را کاهش داد. متأسفانه، با وجود دهه‌ها تلاش بین‌المللی در زمینه پیش‌بینی تشنجه‌ها، این مسئله همچنان به‌صورت کامل حل نشده باقی مانده است [3]. برای کاهش پیچیدگی محاسباتی در پیش‌بینی بلادرنگ تشنج از روی سیگنال‌های EEG، یافتن زیرمجموعه‌ای بهینه از کانال‌ها که بیشترین اطلاعات مرتبط با وقوع تشنج را دربردارند، امری ضروری و مؤثر است. این مسئله را می‌توان به‌صورت یک مسأله بهینه‌سازی در نظر گرفت که هدف آن انتخاب تعداد محدودی کانال به گونه‌ای است که عملکرد مدل پیش‌بینی (از نظر دقت یا معیارهای دیگر) به حداکثر برسد. چنین انتخاب بهینه‌ای می‌تواند به طراحی سیستم‌های پوشیدنی یا کاشتنی کمک کند؛ به‌خصوص که این سیستم‌ها به دلیل محدودیت منابع، به الگوریتم‌هایی با پیچیدگی پایین و بهره‌وری بالا نیاز دارند. کاهش تعداد کانال‌های EEG همچنین موجب افزایش راحتی بیمار و کاهش بار پردازشی می‌شود.

از دیدگاه ریاضی، مسئله انتخاب بهینه زیرمجموعه‌ای از کانال‌ها، یک مسئله بهینه‌سازی ترکیبی با فضای جستجوی نمایی است که حل دقیق آن از نظر محاسباتی بسیار دشوار یا حتی غیرممکن است (NP-کامل). این مسأله معمولاً به صورت یک بهینه‌سازی چندهدفه مطرح می‌شود که اهدافی متضاد، مانند حداکثرسازی دقت و حداقل‌سازی تعداد کانال‌ها را به‌طور همزمان دنبال می‌کند.

روش‌های رایج حل این مسئله شامل الگوریتم‌های بهینه‌سازی تکاملی (مانند الگوریتم ژنتیک^۳ و NSGA-II)، بهینه‌سازی مبتنی بر ازدحام ذرات و روش‌های استنتاج بیزی هستند. این الگوریتم‌ها با بهره‌گیری از ساختار احتمالاتی داده‌های EEG، توانسته‌اند در کاهش ابعاد داده و افزایش کارایی مدل‌های پیش‌بینی نقش مؤثری ایفا کنند.

علاوه بر این، مدل‌سازی سیگنال‌های EEG به عنوان فرآیندهای تصادفی غیرخطی و تحلیل آن‌ها از طریق نظریه فرآیندهای تصادفی و سیستم‌های دینامیکی، زمینه‌ای مناسب برای طراحی فیلترهای پیش‌بینی و الگوریتم‌های یادگیری ماشین فراهم می‌آورد. این رویکردها به بهبود دقت پیش‌بینی و تعمیم‌پذیری به بیماران مختلف کمک می‌کنند.

¹ Epilepsy

² Electroencephalogram

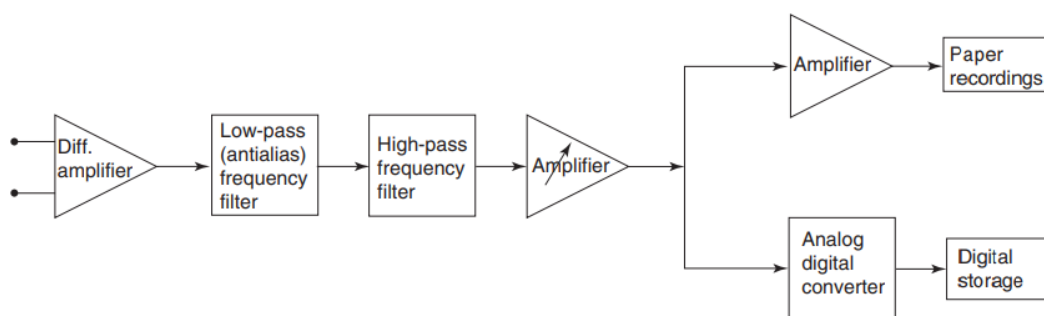
³ Genetic Algorithm

در نهایت، با توجه به محدودیت‌های سخت‌افزاری و نیاز به اجرای بلادرنگ الگوریتم‌ها در دستگاه‌های پوشیدنی یا کاشتنی، توسعه الگوریتم‌های بهینه با پیچیدگی محاسباتی پایین از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. این موضوع، از منظر نظریه پیچیدگی و طراحی الگوریتم‌های بهینه، حوزه‌ای پژوهشی فعال و چالش‌برانگیز است [4].

مواد و روش‌ها:

نحوه ثبت سیگنال EEG (الکتروانسفالوگرافی)

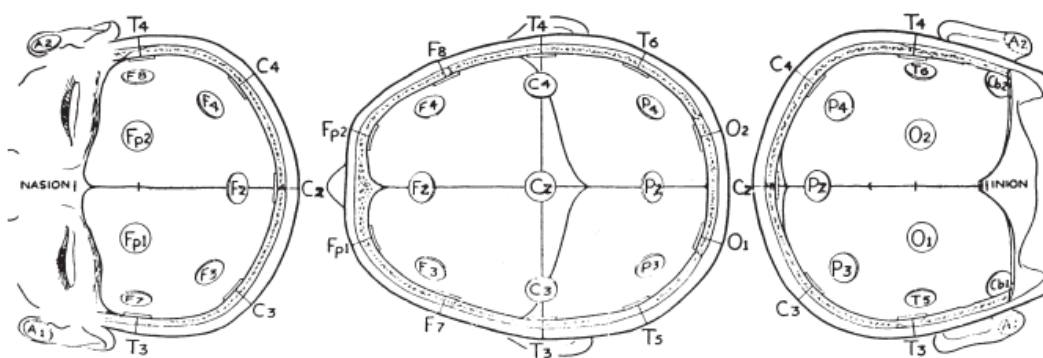
EEG روشی برای ثبت فعالیت الکتریکی مغز با استفاده از الکترودهایی است که روی پوست سر قرار می‌گیرند. تعدادی الکتروود کوچک (شبهه دایره‌های فلزی نازک) روی پوست سر چسبانده می‌شود. این الکتروودها چیزی وارد بدن نمی‌کنند؛ فقط فعالیت الکتریکی را "گوش می‌کنند" یا به عبارتی "دریافت" می‌کنند. هر الکتروود به دستگاهی متصل است که سیگنال‌ها را تقویت می‌کند، چون این سیگنال‌ها بسیار ضعیف هستند. سیگنال‌های دریافتی توسط هر الکتروود به صورت دیجیتال ثبت می‌شود و می‌توان آن را به شکل نمودارهای زمانی (Waveforms) مشاهده و تحلیل کرد. در EEG، "کانال" (Channel) به مسیر یا جفتی از الکتروودها گفته می‌شود که بین آن‌ها اختلاف ولتاژ ثبت می‌شود. کانال‌ها معمولاً با نام‌هایی مثل Fp1-F7 یا C3-P3 مشخص می‌شوند. این اسامی محل قرارگیری الکتروودها روی سر را نشان می‌دهند. هر کانال اطلاعات مربوط به فعالیت الکتریکی مغز در یک بخش خاص از سر را نشان می‌دهد. چون مغز از بخش‌های مختلفی تشکیل شده، هر بخش کار خاصی انجام می‌دهد. برای بررسی دقیق‌تر و تشخیص بهتر، لازم است از چندین کانال (مثلاً ۱۶ یا ۳۲ یا حتی بیشتر) استفاده شود تا از بخش‌های مختلف مغز اطلاعات جمع‌آوری شود [5, 6]. فرآیند ثبت یک کانال EEG به صورت شماتیک در شکل ۱ نشان داده شده است. در این نمودار، ابتدا اختلاف پتانسیل بین دو الکتروود توسط یک تقویت‌کننده تفاضلی اندازه‌گیری می‌شود. سپس سیگنال با عبور از فیلترهای آنالوگ و یک تقویت‌کننده قابل تنظیم، برای تبدیل به سیگنال دیجیتال و ذخیره‌سازی آماده می‌گردد. در گذشته، پیش از رواج رسانه‌های دیجیتال، سیگنال EEG به صورت دستی روی کاغذهای تاخوردۀ ثبت می‌شد [6].



شکل ۱. شکل ۱. فرآیند ثبت یک کانال EEG [6]

در ثبت سیگنال EEG، محل قرارگیری دقیق الکترودها اهمیت زیادی دارد؛ چرا که تفسیر صحیح سیگنال‌ها و مقایسه بین ثبت‌های مختلف، نیازمند استقرار استاندارد الکترودهاست. به همین دلیل، سیستم استاندارد و بین‌المللی ۱۰-۲۰ معرفی شده است که در آن، موقعیت ۱۹ الکتروده اصلی و دو الکتروده کمکی (A1 و A2 روی نرمه گوش‌ها) بر اساس فواصل مشخصی از نقاط آناتومیکی روی جمجمه تعیین می‌شوند. فواصل بین الکترودها معمولاً برابر با ۱۰ یا ۲۰ درصد از فاصله بین نقاط مرجع است.

نمای کلی نحوه توزیع الکترودها روی سر و ساختار زیربنایی تولید سیگنال‌های EEG، شامل نورون، سیناپس و پتانسیل پس‌سیناپسی، در شکل ۲ آورده شده است.



شکل ۲. محل قرارگیری الکترودها در سیستم ۱۰-۲۰ [6]

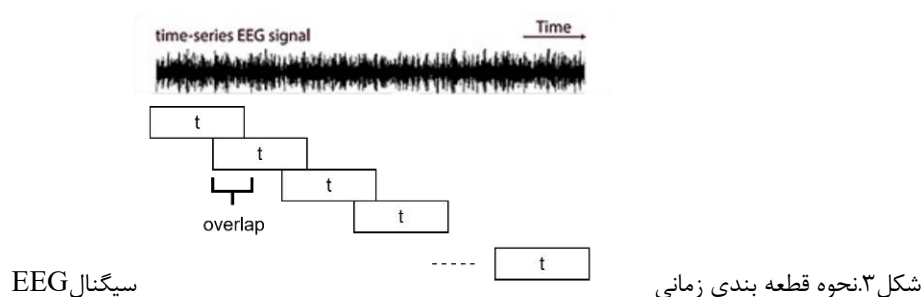
پایگاه داده (Database)

داده‌های این پژوهش از پایگاه داده Siena Scalp شامل ثبت‌های EEG مربوط به ۱۴ بیمار مبتلا به صرع (۹ مرد و ۵ زن) استخراج شده است. سیگنال‌ها با فرمت EDF ذخیره شده و هر بیمار چندین فایل ثبت دارد. از ۱۹ کانال مشترک میان همه بیمارمان برای تحلیل استفاده شده است تا سازگاری فضایی داده‌ها حفظ شود. اطلاعات جمعیت‌شناسی، بالینی و مشخصات تشنج‌ها در فایل‌های مکمل موجود است. کل داده‌ها شامل ۴۷ حمله تشنجی و حدود ۱۲۸ ساعت ثبت EEG می‌باشد. روش پیشنهادی به صورت شخصی‌سازی شده برای هر بیمار کانال‌های بهینه پیش‌بینی تشنج را تعیین می‌کند [7, 8].

تقسیم بندی زمانی سیگنال EEG

برای اینکه بتوانیم بهتر تغییرات سیگنال EEG را در طول زمان بررسی کنیم، کل سیگنال را به بخش‌های کوچکتر به نام «قطعه» یا «سگمنت» تقسیم می‌کنیم. این کار شبیه بریدن یک رشته زمانی بلند به چند قسمت کوتاه‌تر است تا بتوانیم هر قسمت را جداگانه تحلیل کنیم.

برای این کار، از پنجره‌هایی با طول‌های مختلف استفاده می‌کنیم. گاهی هم این قطعه‌ها را طوری انتخاب می‌کنیم که کمی روی هم بیفتند (یعنی بخشی از اطلاعات در دو قطعه پیاپی مشترک باشد). به این کار همپوشانی (overlap) می‌گویند. با این روش می‌توانیم ببینیم که در هر بخش زمانی از سیگنال چه اتفاقی می‌افتد و آیا الگویی از پیش‌بینی تشنج در حال شکل‌گیری هست یا نه. این تحلیل بخش‌بخش، کمک می‌کند تا بهتر بفهمیم تغییرات مغز چه زمانی و در کدام ناحیه شروع می‌شوند. نحوه فرآیند کار را در شکل ۳ مشاهده می‌کنید.



ضریب همبستگی بین دو سیگنال

ضریب همبستگی^۱ بین دو سیگنال، یک معیار ریاضی است که شباهت یا ارتباط بین آن‌ها را اندازه‌گیری می‌کند. این مفهوم در حوزه‌های مختلف مانند پردازش سیگنال، تحلیل داده‌ها، و شناسایی الگوها کاربرد دارد. بسته به زمینه، ممکن است به صورت همبستگی عرضی (cross-correlation) یا ضریب همبستگی پیرسون (Pearson correlation coefficient) تعریف شود.

همبستگی عرضی معمولاً برای بررسی شباهت بین دو سیگنال با در نظر گرفتن تأخیر زمانی استفاده می‌شود، در حالی که ضریب پیرسون یک مقدار تک‌عددی است که میزان همبستگی خطی بین سیگنال‌ها را در صفر تأخیر نشان می‌دهد. این دو مفهوم، هرچند مرتبط هستند، اما در کاربردها و تفسیرها تفاوت دارند.

تعریف ریاضی همبستگی عرضی

همبستگی عرضی، تابعی است که شباهت بین دو سیگنال را به عنوان تابعی از مقدار تأخیر (یا لگ) اندازه‌گیری می‌کند. برای سیگنال‌های زمان-گسسته $x[n]$ و $y[n]$ فرمول زیر استفاده می‌شود:

$$r_{xy}[l] = \sum_n x[n] \cdot y[n - l] \quad (1)$$

در اینجا، l نشان‌دهنده مقدار تأخیر است که به سیگنال y اعمال می‌شود. این تابع به ما می‌گوید که در چه مقدار لگ، دو سیگنال بیشترین شباهت را دارند.

¹ Correlation Coefficient

برای سیگنال‌های زمان-پیوسته $x(t)$ و $y(t)$ فرمول به صورت زیر است:

$$r_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot y(t - \tau) dt \quad (۲)$$

این فرمول نشان می‌دهد که با تغییر τ (تأخیر زمانی)، چگونه سیگنال‌ها با هم همپوشانی دارند [9].

ضریب همبستگی پیرسون

ضریب همبستگی پیرسون، یک معیار نرمال‌شده است که میزان همبستگی خطی بین دو سیگنال را در صفر تأخیر اندازه‌گیری می‌کند. برای دو سیگنال گسسته $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ و $y = [y_1, y_2, \dots, y_n]$ فرمول زیر استفاده می‌شود:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (۳)$$

- رابطه (یا همبستگی) بین دو متغیر با حرف r نشان داده می‌شود و با عددی بین -1 تا $+1$ کمیت‌سنجی می‌شود. مقدار صفر به این معنی است که همبستگی وجود ندارد، در حالی که مقدار 1 به معنای همبستگی کامل یا صد درصدی است. علامت r جهت همبستگی را نشان می‌دهد. مقدار منفی r به این معنی است که دو متغیر به صورت معکوس با هم مرتبط هستند. شدت همبستگی با افزایش مقدار r از 0 به $+1$ و همچنین از 0 به -1 افزایش می‌یابد [10, 11, 12].

این ضریب معمولاً برای تحلیل آماری و پیش‌بینی استفاده می‌شود، اما تنها همبستگی خطی را در نظر می‌گیرد و روابط غیرخطی را نادیده می‌گیرد.

همبستگی عرضی نرمال‌شده

برای بهبود تفسیر، گاهی اوقات از همبستگی عرضی نرمال‌شده استفاده می‌شود. این معیار، همبستگی عرضی را نرمال می‌کند تا مقادیر آن بین -1 و $+1$ قرار گیرند. فرمول آن به صورت زیر است:

$$NCC[l] = \frac{\sum_n (x[n] - \bar{x})(y[n-l] - \bar{y})}{\sqrt{\sum_n (x[n] - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\sum_n (y[n-l] - \bar{y})^2}} \quad (۴)$$

این فرمول، همبستگی را در هر لگ l نرمال می‌کند و تفسیر آن را آسان‌تر می‌کند، به‌ویژه برای مقایسه سیگنال‌های مختلف [13].

بهینه سازی با بیزین

بهینه‌سازی بیزی یک روش احتمالاتی و آماری برای یافتن مقدار بهینه (کمینه یا بیشینه) توابعی است که ساختار دقیق آن‌ها ناشناخته بوده و ارزیابی آن‌ها پرهزینه است. این رویکرد با مدل‌سازی تابع هدف به‌عنوان یک متغیر تصادفی، از مفاهیم توزیع پیشین، توزیع پسین و توزیع شرطی بهره می‌گیرد تا رفتار تابع را تخمین زده و نقاطی را که احتمالاً بهینه هستند، به‌صورت کارآمد شناسایی کند.

توزیع پیشین (Prior Distribution)

توزیع پیشین (Prior Distribution) به مجموعه فرضیات اولیه درباره تابع هدف اشاره دارد که پیش از جمع‌آوری هرگونه داده مشاهده‌ای شکل می‌گیرد. به‌عنوان مثال، فرض کنید هدف یافتن مقدار بیشینه تابع ناشناخته $f(x)$ در بازه $x \in [0, 1]$ باشد. بدون داده، می‌توان یک فرایند گاوسی با میانگین صفر و هسته مربعی-نمایی به‌عنوان توزیع پیشین تعریف کرد که فرض می‌کند $f(x)$ پیوسته و هموار است [14, 15].

توزیع پسین (Posterior Distribution):

توزیع پسین (Posterior Distribution) نشان‌دهنده دانش به‌روزرسانی‌شده درباره تابع هدف $f(x)$ پس از مشاهده داده‌های جدید $D = \{(x_i, y_i)\}$ که در آن $y_i = f(x_i)$ است. با استفاده از قضیه بیز، توزیع پسین به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P(f|D) \propto P(D|f) \cdot P(f) \quad (5)$$

که در آن $P(f)$ توزیع پیشین، $P(D|f)$ تابع درست‌نمایی، و $P(f|D)$ توزیع پسین است [15, 16].

توزیع شرطی (Conditional Distribution)

توزیع شرطی (Conditional Distribution) پیش‌بینی احتمالاتی مقدار تابع هدف $f(x)$ در نقطه جدید x است، با توجه به داده‌های مشاهده‌شده $D = \{(x_i, y_i)\}$ این توزیع از توزیع پسین استخراج می‌شود و برای تخمین رفتار تابع استفاده می‌گردد.

به زبان ریاضی، توزیع شرطی به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$P(f(x)|D) \sim N(\mu_{post}(x), \sigma_{post}^2(x)) \quad (6)$$

که در آن:

$$\mu_{post}(x) = K(x, X)[K(X, X) + \sigma_n^2 I]^{-1} y \quad (7)$$

$$\sigma_{post}^2(x) = k(x, x) - K(x, X)[K(X, X) + \sigma_n^2 I]^{-1} K(X, x) \quad (8)$$

توزیع شرطی، با تکیه بر توزیع پسین، امکان پیش‌بینی مقادیر تابع در نقاط ناشناخته را فراهم می‌کند و واریانس آن نواحی

با عدم قطعیت بالا را برای اکتشاف بیشتر مشخص می‌سازد [16].

- در بهینه‌سازی بیزی، فرآیند با تعریف توزیع پیشین آغاز می‌شود که فرضیات اولیه درباره تابع هدف را مدل‌سازی می‌کند. با جمع‌آوری داده‌های جدید و ترکیب آن‌ها با توزیع پیشین از طریق قضیه بیز، توزیع پسین محاسبه می‌گردد. سپس، از توزیع پسین، توزیع شرطی استخراج می‌شود تا رفتار تابع در نقاط جدید پیش‌بینی شود. این پیش‌بینی‌ها برای انتخاب نقطه بعدی جهت ارزیابی استفاده می‌شوند، به‌گونه‌ای که نقاطی با پتانسیل بهبود بالا یا عدم قطعیت بیشتر اولویت‌بندی می‌شوند.

روش پیشنهادی

در روش پیشنهادی با استفاده از تقسیم بندی زمانی تمامی کانالهای سیگنال EEG و محاسبه همبستگی بین این قطعه‌های زمانی سیگنال و همچنین قطعه‌های مربوط به نواحی تشنج احتمال شرطی مربوط به هر قطعه را محاسبه کرده و سپس با استفاده از احتمال پیشین، با بیشینه سازی احتمال پسین را محاسبه کرده و با استفاده از این معیار بهینه‌ترین کانال را برای پیش‌بینی تشنج صرع انتخاب می‌کنیم.

پیش پردازش

قطعه بندی سیگنال EEG در بازه زمانی تشنج

در این مرحله، نواحی مربوط به بازه زمانی تشنج برای هر کانال EEG، که در بازه $[t0_{sz}, t1_{sz}]$ قرار دارند، قطعه‌بندی می‌شوند. این قطعه‌ها به‌عنوان مبنای محاسبه احتمال شرطی در ادامه مورد استفاده قرار می‌گیرند.

فرض کنید سیگنال EEG مربوط به یک کانال را در اختیار داریم. با اعمال قطعه‌بندی بر این سیگنال، مجموعه‌ای از بازه‌های زمانی (segment) به‌دست می‌آید. اگر همین فرآیند قطعه‌بندی را برای تمامی کانال‌ها و در همان بازه زمانی تشنج تکرار کنیم، مجموعه‌ای بزرگ‌تر از قطعه‌های سیگنال خواهیم داشت. به این مجموعه از قطعه‌های زمانی که مربوط به بازه تشنج هستند، اصطلاحاً زیرسیگنال‌های تشنج (seizure subsignals) گفته می‌شود.

قطعه بندی سیگنال EEG در بازه زمانی پیش از تشنج

پس از استخراج و قطعه‌بندی بخش‌های مربوط به بازه تشنج از سیگنال EEG، نواحی زمانی پیش از تشنج نیز به قطعه‌های کوچکتر تقسیم می‌شوند تا از آن‌ها برای پیش‌بینی زمان وقوع تشنج استفاده شود. هدف اصلی، شناسایی بازه‌هایی از سیگنال است که بتوانند وقوع تشنج را با بیشترین دقت و کمترین تأخیر پیش‌بینی کنند. این قطعه‌ها به‌عنوان ورودی مدل پیش‌بینی مورد استفاده قرار می‌گیرند. به مجموعه سیگنال‌های حاصل از این مرحله، normal subsignals اطلاق می‌شود.

محاسبه احتمال پیشین (Prior Probability)

از آنجایی که هر قطعه‌ی سیگنال در مجموعه‌ی normal subsignals مربوط به یک لحظه‌ی مشخص در بازه‌ی زمانی

پیش از وقوع تشنج است، هر چه این قطعه به زمان آغاز تشنج نزدیک‌تر باشد، احتمال اینکه حاوی اطلاعات برجسته‌تر و مرتبط‌تری با وقوع تشنج باشد بیشتر است. بر این اساس، برای هر قطعه از سیگنال، احتمال پیشین به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$P(\text{prior}) = \frac{t_{\text{subsignal}}}{t_{\text{seizure}}} \quad (9)$$

که در آن:

$t_{\text{subsignal}}$: زمان میانی قطعه سیگنال EEG در ناحیه قبل از تشنج.

t_{seizure} : زمان ثبت شده‌ی آغاز تشنج در پایگاه داده، برای همان کانالی که قطعه مربوط به آن است.

با استفاده از این نسبت، به هر قطعه سیگنال مقدار احتمال پیشینی نسبت داده می‌شود که بیانگر نزدیکی زمانی آن به رخداد تشنج است. هرچه این مقدار به ۱ نزدیک‌تر باشد، قطعه به زمان تشنج نزدیک‌تر بوده و انتظار می‌رود اطلاعات بیشتری در رابطه با وقوع قریب‌الوقوع تشنج در آن نهفته باشد.

این احتمال برای تمامی قطعه‌های مربوط به بازه زمانی پیش‌از تشنج محاسبه می‌گردد.

محاسبه احتمال شرطی

در این مرحله، به منظور بررسی میزان شباهت هر قطعه زمانی از سیگنال EEG در ناحیه قبل از تشنج با قطعه‌های زمانی ناحیه مربوط به وقوع تشنج، از ضریب همبستگی استفاده می‌شود. برای این منظور، ابتدا سیگنال EEG به قطعه‌های زمانی تفکیک می‌شود. سپس برای هر قطعه‌ی زمانی S_i از بازه‌ی قبل از تشنج، ضریب همبستگی آن با تمامی قطعه‌های زمانی مربوط به ناحیه تشنج (که با SZ_j نمایش داده می‌شوند) محاسبه می‌گردد. فرمول محاسبه به‌صورت زیر است:

$$P(S_i/SZ_j) = |corr(S_i, SZ_j)| ; j = 1, 2, \dots \quad (10)$$

که در این رابطه:

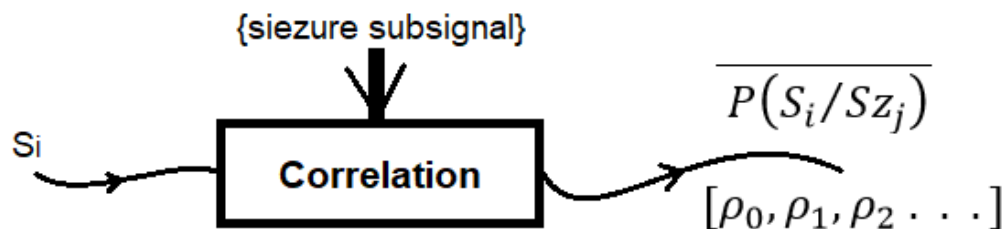
SZ_j : j امین قطعه زمان از سیگنال نواحی تشنج

$P(S_i/SZ_j)$: احتمال شرطی

- در اینجا از مقدار مطلق ضریب همبستگی استفاده شده است، زیرا هدف، اندازه‌ی شباهت بین دو سیگنال است و تغییر فاز سیگنال‌ها (مثبت یا منفی بودن ضریب) برای تحلیل ما اهمیتی ندارد. بنابراین، برای هر قطعه زمانی S_i یک بردار شامل ضرایب همبستگی با تمام قطعه‌های تشنجی خواهیم داشت. این بردار را می‌توان به‌عنوان نمایه‌ای از میزان شباهت قطعه S_i با الگوهای تشنج در نظر گرفت.

در ادامه، از این بردارها برای تخمین احتمال حضور ویژگی‌های تشنجی در بخش‌های مختلف سیگنال استفاده خواهد شد.

شماتیکی از این فرآیند در شکل (شماره شکل) نمایش داده شده است.



شکل ۴. محاسبه احتمال شرطی هر قطعه زمانی پیش از تشنج با استفاده از همبستگی با قطعه‌های تشنجی

احتمال پسین

در این بخش، هدف ما محاسبه احتمال پسین برای تمامی قطعه‌های زمانی سیگنال پیش از تشنج است. این احتمال بیانگر میزان اطمینان ما از وجود اطلاعات مربوط به وقوع تشنج در هر قطعه است. با استفاده از این مقادیر و زمان قطعه‌ها، می‌توان کانال‌هایی را که بیشترین قابلیت پیش‌بینی تشنج را دارند، شناسایی و انتخاب کرد.

برای محاسبه احتمال پسین، از ضرب احتمال پیشین و میانگین احتمال شرطی استفاده می‌کنیم و مقدار بیشینه حاصل را در نظر می‌گیریم. رابطه کلی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$p(\text{posterior}) = \max\{p(\text{prior}) \cdot \overline{P(S/Sz)}\} \quad (11)$$

$p(\text{posterior})$: احتمال پسین

$p(\text{prior})$: احتمال پیشین

$\overline{P(S/Sz)}$: احتمال شرطی (همبستگی بین قطعه سیگنال و سیگنال تشنجی)

- با استفاده از چارچوب بیزین، برای هر قطعه زمانی پیش از تشنج، معیاری برای پیش‌بینی وقوع تشنج به دست می‌آوریم. این احتمال نشان می‌دهد تا چه اندازه ممکن است اطلاعات مربوط به تشنج در آن قطعه موجود باشد. در نهایت، از این اطلاعات برای انتخاب کانال بهینه استفاده می‌شود.

انتخاب کانال بهینه

در این مرحله، با بهره‌گیری از مقدار احتمال پسین و زمان وقوع آن در هر قطعه، کانال بهینه برای پیش‌بینی تشنج انتخاب می‌شود. در روش پیشنهادی، کانال بهینه، کانالی است که بیشینه مقدار احتمال پسین در آن زودتر از سایر کانال‌ها رخ دهد. به عبارت دیگر، این کانال زودترین نمایانگر اطلاعات مربوط به تشنج خواهد بود. در این رویکرد، توزیع بیزین به عنوان معیاری برای سنجش میزان اطلاعات تشنجی موجود در سیگنال به کار گرفته شده و مقدار این اطلاعات را به صورت بهینه

تخمین می‌زند. بنابراین، کانالی که سریع‌تر به بیشینه مقدار احتمال پسین برسد، به عنوان بهینه‌ترین کانال برای پیش‌بینی تشنج در نظر گرفته می‌شود.

روند انتخاب به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\text{channel Optimum Time} = \text{Time} \left\{ \max \{ p(\text{posterior})_{\text{channel}} \} \right\} \quad (12)$$

$\text{Time}\{.\}$ تابع استخراج زمان وقوع بیشینه احتمال

$p(\text{posterior})_{\text{channel}}$: مجموعه مقادیر احتمال پسین مربوط به یک کانال

Channel Optimum Time: زمان وقوع بیشینه احتمال پسین در هر کانال

- در نهایت، کانال بهینه، کانالی خواهد بود که مقدار Channel Optimum Time آن در مقایسه با سایر کانال‌ها حداقل باشد. این رویکرد ما را قادر می‌سازد تا زودترین زمان پیش‌بینی تشنج را بر اساس تحلیل آماری دقیق انتخاب نماییم.

انتخاب کانال بهینه:

با تعیین زمان بهینه برای هر کانال، که نشان‌دهنده حضور بیشینه اطلاعات مرتبط با تشنج است، می‌توان کانال‌های مؤثرتر را شناسایی کرد. کانالی که دارای کمترین زمان بهینه باشد، به عنوان کانال بهینه در نظر گرفته می‌شود؛ چرا که احتمال ثبت زود هنگام نشانه‌های تشنج در آن بیشتر است. این معیار به صورت زیر تعریف می‌شود:

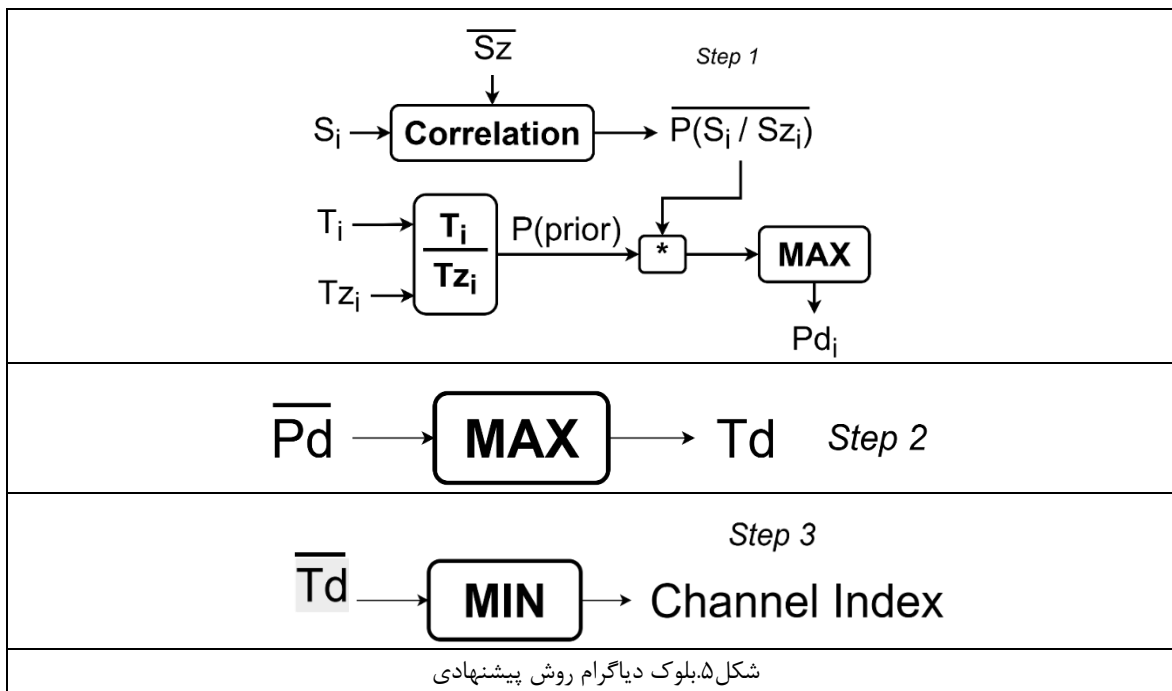
$$\text{Optimum Chanel} = \min \{ \text{Chanel Optimum Time} \} \quad (13)$$

الگوریتم و بلوک دیاگرام

در ابتدا با در اختیار داشتن طول هر قطعه و میزان هم‌پوشانی، سیگنال‌های EEG مربوط به یک فرد به بخش‌های کوچکتر تقسیم می‌شوند. سپس برای هر قطعه، مقادیر احتمال پیشین، احتمال شرطی و احتمال پسین محاسبه می‌گردد. پس از آن، برای هر کانال به صورت جداگانه، زمان بهینه‌ای که اطلاعات مرتبط با تشنج در آن ظاهر می‌شود، تعیین می‌شود. در نهایت، کانالی که در آن زودتر از سایر کانال‌ها اطلاعات بهینه تشنج ظاهر شده است، به عنوان کانال بهینه برای آن شخص انتخاب می‌گردد. شکل (۵) روند این الگوریتم را در قالب یک بلوک دیاگرام به صورت مرحله به مرحله نشان می‌دهد.

- بلوک دیاگرام روش پیشنهادی شامل سه مرحله می‌باشد، در مرحله اول برای تمامی قطعه‌های بدست‌آمده از زمان قبل تشنج احتمال Pd محاسبه می‌شود و در مرحله دوم برای همه کانالها زمان Td محاسبه می‌شود که این زمان نشان‌دهنده رخ دادن Pd بیشینه می‌باشد و در مرحله سوم آن کانالی که کوچکترین Td را دارد به عنوان کانال بهینه انتخاب می‌شود که این سه مرحله در شکل (۵) نشان داده شده است.
- مرحله اول برای تمامی قطعه‌های زمانی سیگنال قبل تشنج انجام می‌شود.

- مرحله دوم برای تمامی کانالها اجرا می‌شود تا بردار $\overline{T_d}$ بدست آید
- مرحله سوم از بین کانال‌ها کانالی که زمان کمتر دارد انتخاب می‌شود.



الگوریتم روش پیشنهادی

الگوریتم پیشنهادی به صورت گام‌به‌گام در ادامه ارائه شده است. این الگوریتم باید به صورت جداگانه برای هر فرد موجود در پایگاه داده اجرا گردد:

۱. خواندن سیگنال EEG مربوط به یک فرد
۲. قطعه‌بندی سیگنال با توجه به زمان شروع تشنج، و جداسازی سیگنال‌ها به دو مجموعه:
 - normal subsignal
 - seizure subsignal
۳. محاسبه احتمال پیشین (Prior Probability) برای هر قطعه از سیگنال بر اساس زمان قطعه (Subsignal Time)
۴. محاسبه احتمال شرطی (Conditional Probability) برای هر قطعه با استفاده از ضریب همبستگی میان کانال‌ها

۵. محاسبه احتمال پسین (Posterior Probability) برای هر قطعه با استفاده از قانون بیز

۶. تعیین کانال بهینه بر اساس زودترین زمان ظهور اطلاعات تشنج در بین کانال‌ها

نتایج و بحث

در این بخش، نتایج به دست آمده برای پایگاه داده *siena scalp* ارائه شده است. جدول (۱) کانال انتخاب شده به عنوان کانال بهینه برای هر فرد را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، کانال F3 در بین اکثر افراد به عنوان کانال بهینه شناسایی شده است.

جدول (۱). کانال بهینه انتخاب شده برای هر فرد

شماره فرد	کانال بهینه پیشنهادی
PN01	Fp1
PN02	F3
PN05	F3
PN06	Fp1
PN07	Fp1
PN09	F3
PN10	Fc1
PN11	Fp1
PN12	F3
PN13	F3
PN14	F3
PN16	Fp1
PN17	F3

در جدول (۲)، زمان بهینه برای هر کانال و برای هر فرد ارائه شده است. همان‌طور که مشخص است، کانال‌های F3، Fp1 و Cz در بیشتر افراد دارای زمان‌های بهینه پایین‌تری بوده و اطلاعات مربوط به تشنج را زودتر نسبت به سایر کانال‌ها ارائه می‌دهند.

نتایج نشان می‌دهد که کانال‌های F3، Fp1، Cz و Fc1 در اکثر افراد زمان بهینه کمتری داشته و اطلاعات مرتبط با تشنج را زودتر از سایر کانال‌ها ارائه می‌دهند؛ بنابراین این کانال‌ها به عنوان بهترین گزینه‌ها برای پیش‌بینی تشنج پیشنهاد می‌شوند، در حالی که کانال‌های دیگر مانند T5 و O2 زمان بهینه بالاتری دارند و نقش کمتری در تشخیص زودهنگام تشنج ایفا می‌کنند. همچنین تفاوت زمان‌های بهینه بین افراد مختلف نشان‌دهنده اهمیت انتخاب کانال بهینه اختصاصی برای هر فرد است.

جدول (۲). زمان بهینه (ثانیه) برای هر کانال و برای هر فرد

کانال EE G	PN0 0	PN0 1	PN0 3	PN0 5	PN0 6	PN0 7	PN0 9	PN1 0	PN1 1	PN1 2	PN1 3	PN1 4	PN1 6	PN1 7
Fp1	208	186	250	242	237	215	206	319	202	288	188	187	203	235
F3	239	309	186	230	319	287	236	294	251	181	220	288	267	251
C3	219	235	266	206	203	277	204	271	268	247	191	297	317	211
P3	276	200	255	272	229	197	191	238	254	200	239	205	277	251
F7	296	273	221	274	270	233	248	198	223	316	242	221	298	277
T5	249	236	263	194	238	188	260	282	248	196	234	260	234	307
Fc1	281	297	216	247	215	243	317	247	289	282	272	236	215	310
Fc5	306	203	192	208	219	220	288	196	278	277	299	315	244	182
Cp1	209	317	248	267	208	255	291	220	296	180	247	308	225	309
Cp5	207	256	309	230	219	275	221	318	315	180	262	305	184	208
F9	272	258	241	194	241	200	201	304	197	316	212	212	301	320
Fz	222	247	315	288	234	318	231	259	282	275	292	312	295	210
Pz	243	237	196	266	185	238	236	181	198	195	238	197	188	264
F4	198	311	240	251	304	234	318	213	301	242	301	284	228	204
C4	204	290	270	288	285	299	193	205	195	283	266	207	243	229
P4	228	317	294	215	288	226	251	298	243	199	293	320	205	192
O2	318	183	203	240	222	284	304	303	234	282	195	222	277	180
F8	279	247	296	253	288	304	219	228	255	235	194	318	195	260
T4	194	192	302	308	315	220	194	310	200	227	197	197	240	283
T6	210	243	190	200	287	313	260	246	232	260	241	247	281	213
Fc2	256	297	260	198	182	297	205	198	317	234	309	247	213	269
Fc6	197	242	274	252	220	292	319	257	315	182	256	206	214	247
Cp2	209	207	219	249	252	233	267	232	247	309	305	244	193	203
Cp6	288	250	191	180	265	213	247	221	293	289	182	208	199	218
F10	319	189	274	217	290	212	190	258	273	190	271	233	243	206
Fp2	270	284	219	240	221	225	285	186	225	265	285	243	248	220
T3	207	277	189	300	236	231	297	269	258	238	237	186	229	282
Cz	264	251	197	251	269	310	282	317	264	187	209	246	225	247

نتیجه‌گیری

در این مقاله، روشی برای تعیین کانال بهینه به‌منظور پیش‌بینی تشنج ارائه شده است. در این روش، با بهره‌گیری از ضریب همبستگی بین سیگنال‌ها و نیز استفاده از الگوریتم بیزین برای محاسبه احتمال پسین، کانالی انتخاب می‌شود که بیشینه احتمال پسین در آن زودتر از سایر کانال‌ها ظاهر می‌گردد. این کانال به عنوان کانال بهینه معرفی می‌شود.

نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهد که کانال‌های F3، Fp1، Cz و Fc1 به‌طور مکرر به عنوان کانال‌های بهینه برای پیش‌بینی زمان وقوع تشنج انتخاب شده‌اند. همچنین، بررسی زمان‌های بهینه در سایر کانال‌ها نشان می‌دهد که کانال‌های T5، O2 و T6 نیز حاوی اطلاعاتی مرتبط با سیگنال‌های تشنج هستند و می‌توانند در فرآیند تحلیل مورد توجه قرار گیرند.

با توجه به این نتایج، می‌توان الگوریتم پیش‌بینی تشنج را مبتنی بر این روش طراحی کرد. برای این منظور، الگوریتم بیزین باید به‌گونه‌ای مدل‌سازی شود که بتواند نواحی حاوی اطلاعات تشنج را در سیگنال شناسایی کرده و از آن‌ها برای پیش‌بینی

استفاده نماید. همچنین، در فرآیند انتخاب کانال بهینه نیز می‌توان از همین روش بهره برد؛ به طوری که برای هر کانال، بر اساس زمان بهینه شناسایی شده، یک ضریب اطمینان اختصاص داده شود تا نقش آن کانال در فرآیند پیش‌بینی تشنج مشخص تر گردد.

References

- [1] A. Author, B. Author, and C. Author, "Classification based on multi-objective optimization," *Frontiers in Neuroscience*, vol. 14, p. 593, 2020.
- [2] R. Jana and I. Mukherjee, "Efficient seizure prediction and EEG channel selection based on multi-objective optimization," *IEEE Access*, vol. 11, pp. 54112–54121, 2023.
- [3] J. S. Ra, T. Li, and Y. Li, "A novel permutation entropy-based EEG channel selection for improving epileptic seizure prediction," *Sensors*, vol. 21, no. 23, p. 7972, 2021.
- [4] T. Hastie, R. Tibshirani, and J. Friedman, *The Elements of Statistical Learning*. New York, NY, USA: Springer, 2009.
- [5] R. Cooper, J. W. Osselton, and J. C. Shaw, *EEG Technology*. Oxford, UK: Butterworth-Heinemann, 2014.
- [6] K. Blinowska and P. Durka, "Electroencephalography (EEG)," in *Wiley Encyclopedia of Biomedical Engineering*, vol. 10, John Wiley & Sons, 2006, p. 9780471740360.
- [7] P. Detti, "Siena scalp EEG database," *PhysioNet*, vol. 10, p. 493, 2020.
- [8] T. Dissanayake, T. Fernando, S. Denman, S. Sridharan, and C. Fookes, "Geometric deep learning for subject independent epileptic seizure prediction using scalp EEG signals," *IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics*, vol. 26, no. 2, pp. 527-538, 2021.
- [9] P. Bourke, "Cross correlation," in *Cross Correlation, Auto Correlation—2D Pattern Identification*, 1996, p. 596.
- [10] H. Akoglu, "User's guide to correlation coefficients," *Turkish Journal of Emergency Medicine*, vol. 18, no. 3, pp. 91–93, 2018.
- [11] P. Schober, C. Boer, and L. A. Schwarte, "Correlation coefficients: appropriate use and interpretation," *Anesthesia & Analgesia*, vol. 126, no. 5, pp. 1763–1768, May 2018.

- [12] س. رستگار، م. پولادیان، و م. نیکخو، «تعیین همبستگی بین دو سیگنال EEG و EMG ثبت شده به صورت هم‌زمان در قدرت انقباض‌های مختلف چنگ زدن دست»، پنجمین همایش ملی فناوری‌های نوین در مهندسی برق، کامپیوتر و مکانیک، ایران، ۱۴۰۱.
- [13] J. C. Yoo, and T. H. Han, Fast normalized cross-correlation, *Circuits, Systems and Signal Processing*, vol. 28, no. 6, pp. 819-843, 2009.
- [14] J. Mockus, "The application of Bayesian methods for seeking the extremum," *Towards Global Optimization*, vol. 2, pp. 117, 1998.
- [15] M. E. Glickman and D. A. Van Dyk, Basic Bayesian methods, *Topics in Biostatistics*, pp. 319-338, 2007.
- [16] Williams, C. K., & Rasmussen, C. E. (2006). *Gaussian processes for machine learning* (Vol. 2, No. 3, p. 4). Cambridge, MA: MIT press.

A Bayesian Tri-Level Optimization Framework for Optimal EEG Channel Selection in Seizure Prediction

Abstract

In this study, a tri-level optimization framework is proposed for optimal EEG channel selection with the aim of improving seizure prediction accuracy. This approach is grounded in Bayesian theory and developed based on principles of tri-level optimization methods. In the first level, the conditional probability derived from the correlation between temporal segments of preictal and ictal EEG signals is calculated. By incorporating the prior probability, the posterior probability is modeled and optimized as the objective function of the first level, which is applied, at the second level, to determine the optimal seizure prediction time for each channel, representing the earliest moment when seizure-related information becomes evident in that channel. The third-level optimization problem seeks to identify the optimal EEG channel using the optimal timing of each channel. This tri-level process ensures the selection of a channel that not only minimizes prediction delay but also provides the most informative signal for the system. The implementation of this method on real data from 14 patients with epilepsy demonstrates that the proposed approach can achieve an efficient trade-off between prediction accuracy and model complexity.

Keywords: Bayesian model, Tri-level optimization, variable selection, correlation analysis, EEG signal, probabilistic modeling