(نشریه علوم دانشگاه خوارزمی)

مشخصه‌سازی شبه n-هم‌ریختی‌های ژوردان بین جبرهای یکدار

عباس زیوری کاظم پور*
دانشگاه ایت ا... بروجردی، گروه ریاضی، بروجرد، ایران
اباصلت بداغی
گروه ریاضی، واحد گرمسار، دانشگاه آزاد اسلامی، گرمسار، ایران

دریافت ۹۶/۱۲/۲۸ پذیرش ۹۸/۰۴/۰۴

چکیده

فرض کنید A و B دو جبر باناخ و B یک A−مدول راست باشد. دراین مقاله تحت شرایط خاص ثابت می‌کنیم که هر شبه $(n+1)$−هم‌ریختی ژوردان $f: A \longrightarrow B$ یک شبه n−هم‌ریختی ژوردان است و هر شبه n−هم‌ریختی ژوردان یک n−هم‌ریختی ژوردان است.

واژه‌های کلیدی: n−هم‌ریختی، n−هم‌ریختی ژوردان ، شبه n−هم‌ریختی ژوردان.

مقدمه

فرض کنید A و B جبرهای باناخ مختلط و $f: A \longrightarrow B$ یک تابع خطی باشد. دراین صورت f یک n−هم‌ریختی نامیده می‌شود اگر برای هر $a_1, a_2, \dots a_n \in A$،

$$f(a_1a_2 \dots a_n) = f(a_1)f(a_2) \dots f(a_n).$$

مفهوم n−هم‌ریختی برای جبرهای مختلط به‌وسیلهٔ حجازیان[1] و همکاران معرفی شد [۴]([۹] نیز ملاحظه شود) هرشتاین[2] مفهوم n−هم‌ریختی ژوردان را بررسی کرد [۱۰]. تابع خطی f بین جبرهای باناخ A و B یک n−هم‌ریختی ژوردان نامیده می‌شود اگر برای هر $a \in A$،

$$f(a^n) = f(a)^n.$$

یک 2−هم‌ریختی (2−هم‌ریختی ژوردان) به‌طور ساده یک هم‌ریختی (هم‌ریختی ژوردان) نامیده می‌شود. واضح است که هر n−هم‌ریختی یک n−هم‌ریختی ژوردان است، ولی در حالت کلی، عکس این مطلب نادرست است. مثال‌هایی از n−هم‌ریختی ژوردان وجود دارد که n−هم‌ریختی نیست. برای حالت $n = 2$، ثابت شده است که برخی هم‌ریختی ژوردان روی حلقه چندجمله‌ای‌ها نمی‌تواند یک هم‌ریختی باشد [۱۱]. در [۶] برای حالتی که $n \in \{2,3,4\}$، نشان داده شده که هر n−هم‌ریختی ژوردان بین دو جبر باناخ جابه‌جایی یک n−هم‌ریختی است و این نتیجه برای حالت $n = 5$ در [۷] گسترش داده شد. در حالتی که n یک عدد طبیعی دلخواه باشد، در [۸] و

*نویسنده مسئول zivari6526@gmail.com

1. Hejazian
2. Herstein

[۱۲] این نتیجه تعمیم داده شد. به‌علاوه این خاصیت در [۲] نیز با یک روش متفاوت که در [۸] و [۱۲] به‌کار رفته بود، اثبات شده است.

یادآوری می‌کنیم که جبر A نیم‌ساده است هرگاه رادیکال جاکوبسون A، که اشتراک همه ایده‌آل‌های چپ مدولار ماکسیمال A است، بدیهی باشد، به‌عبارت دیگر $\mathrm{Rad}(A) = \{0\}$. زلازکو[1] یک مشخصه‌سازی از هم‌ریختی ژوردان را ارائه کرد [۱۶]، که در زیر به آن اشاره می‌کنیم ([۱۴] نیز مشاهده شود).

قضیهٔ ۱. فرض کنید A یک جبر باناخ باشد که لزوماً جابه‌جایی نیست و B یک جبر باناخ جابه‌جایی یکدار و نیم‌ساده باشد. در این صورت هر هم‌ریختی ژوردان $f: A \longrightarrow B$ یک هم‌ریختی است.

نتیجه مذکور برای 3–هم‌ریختی ژوردان با شرط اضافی یکدار بودن A در [۱۷] و سپس برای n–هم‌ریختی ژوردان که n یک عدد طبیعی دلخواه است، با همان شرط در [۱] به اثبات رسید. هم‌چنین برای هر $n \in \{3,4\}$ این قضیه بدون شرط یکدار بودن A و با شرط اضافی زیر در [۳] ثابت شد.

$$f(ab^2) = f(b^2a), \qquad (a, b \in A).$$

بعضی نتایج قابل توجه و مهم درمورد هم‌ریختی ژوردان و پیوستگی خودکار آنها روی جبرهای باناخ در [۱۷]، [۱۸] و [۱۹] قابل دسترسی هستند.

عبادیان و دیگران مفهوم کلی‌تری از n–هم‌ریختی ژوردان، یعنی شبه n–هم‌ریختی ژوردان را معرفی کردند [۵]. فرض کنید A و B دو جبر و B یک A–مدول راست باشد. تابع خطی $f: A \longrightarrow B$ یک شبه n–هم‌ریختی ژوردان نامیده می‌شود اگر یک $w \in A$ موجود باشد به‌طوری‌که برای هر $a \in A$،

$$f(a^n w) = f(a)^n . \mathrm{w}.$$

در چنین حالتی، w را ضریب ژوردان تابع f می‌نامیم.

قابل ذکر است که قسمت (۳) از مثال ۲. ۲ از [۵] اشکال مختصری دارد که بدین‌صورت اصلاح می‌کنیم:

فرض کنید:

$$U_2(\mathbb{R}) = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix} :\ a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$$

زیرجبری از جبر ماتریس‌های 2×2 با جمع و ضرب معمولی ماتریس‌ها باشد. تابع خطی $f: U_2(\mathbb{R}) \longrightarrow U_2(\mathbb{R})$ را با ضابطهٔ $f\left(\begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ تعریف می‌کنیم. دراین صورت f یک n–هم‌ریختی ژوردان نیست. فرض کنید $s, t \in \mathbb{R}$ دلخواه باشند. قرار می‌دهیم، $w = \begin{bmatrix} s & t \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$. دراین صورت برای هر $n \in \mathbb{N}$، داریم:

$$f\left(\begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix}^n w\right) = f\left(\begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix}\right)^n w.$$

بنابراین f یک شبه n–هم‌ریختی ژوردان است. این مثال نشان می‌دهد که دسته n–هم‌ریختی‌های ژوردان و شبه n–هم‌ریختی‌های ژوردان با هم متفاوتند.

واضح است که هر n–هم‌ریختی ژوردان از جبر یکدار A بتوی یک باناخ A–مدول یکدار B یک شبه n–هم‌ریختی ژوردان است. هم‌چنین چنان‌که در مثال بالا نشان داده شد برای یک شبه n–هم‌ریختی ژوردان می‌توان تعداد نامتناهی ضریب ژوردان در نظر گرفت.

1. Zelazko

در [۵] قضیهٔ ۲.۳، تحت شرایطی ثابت شده است که هر شبه n–هم‌ریختی ژوردان $f: A \longrightarrow B$ یک شبه $(n+1)$–هم‌ریختی ژوردان است. در این مقاله تحت فرضیات خاصی عکس این قضیه را ثابت می‌کنیم. هم‌چنین نشان می‌دهیم که هر شبه هم‌ریختی ژوردان $f: A \longrightarrow B$ یک شبه n–هم‌ریختی ژوردان است.

در سرتاسر این مقاله فرض کنید A و B دو جبر باناخ یکدار و B یک A–مدول راست باشد. نگاشت $f: A \longrightarrow B$ را یکانی می‌نامیم هرگاه $f(e_1) = e_2$ که در آن e_1 و e_2 به ترتیب واحدهای A و B می‌باشند.

شبه n–هم‌ریختی ژوردان

این بخش را با قضیهٔ زیر شروع می‌کنیم که عکس قضیهٔ ۲.۳ از [۵] است.

قضیهٔ ۲. هر شبه$(n+1)$–هم‌ریختی ژوردان یکانی $f: A \longrightarrow B$ با ضریب ژوردان w یک شبه n–هم‌ریختی ژوردان است.

برهان: بنابه فرض برای هر $a \in A$،

$$f((a+ke)^{n+1}w) = f(a+ke)^{n+1}.\mathrm{w}. \qquad (۱)$$

که در آن k یک عدد طبیعی است به‌طوری که $1 \leq k \leq n$. از رابطه (۱) نتیجه می‌شود که

$$\sum_{i=1}^{n} k^{n+1-i} \binom{n+1}{i} [(f(a^i w) - f(a)^i.w)] = 0, \qquad (۲)$$

برای هر $a \in A$، که در آن $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. به‌کمک رابطهٔ (۲)، برای هر $a \in A$، داریم:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 2^n & 2^{n-1} & \dots & 2^2 & 2 \\ 3^n & 3^{n-1} & \dots & 3^2 & 3 \\ & & \dots & & \\ n^n & n^{n-1} & \dots & n^2 & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_1(a,w) \\ L_2(a,w) \\ L_3(a,w) \\ \dots \\ L_n(a,w) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

که در آن برای هر $1 \leq i \leq n$،

$$L_i(a,w) = \binom{n+1}{i} [(f(a^i w) - f(a)^i.w)].$$

بنابه لم ۲.۱ از [۲]، ماتریس مربعی فوق، که ماتریس واندرموند است، وارون‌پذیر است. از این‌رو، برای هر $a \in A$ و هر $1 \leq i \leq n$،

$$L_i(a,w) = 0.$$

به‌ویژه $L_n(a,w) = 0$، یعنی

$$f(a^n w) = f(a)^n.\mathrm{w}.$$

بنابراین f یک شبه n–هم‌ریختی ژوردان است.

نتیجه مستقیم از قضیهٔ ۲، بدین‌صورت است:

نتیجهٔ ۳. هر $(n+1)$–هم‌ریختی ژوردان یکانی $f: A \longrightarrow B$ یک n–هم‌ریختی ژوردان است.

مثال ۴ نشان می‌دهد که شرط یکدار بودن جبرهای A و B در نتیجهٔ ۳ الزامی است. به‌علاوه در این مثال، f شبه‌هم‌ریختی ژوردان هست ولی هم‌ریختی ژوردان نیست.

مثال ۴. فرض کنید

$$\mathrm{A} = \left\{\begin{bmatrix} 0 & a & b \\ 0 & 0 & c \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} :\ a,b,c \in \mathbb{R}\right\}$$

زیر جبری از جبر ماتریس‌های 3×3 باشد. تابع خطی $f\colon \mathrm{A} \longrightarrow \mathrm{A}$ را با این ضابطه تعریف می‌کنیم:

$$f\left(\begin{bmatrix} 0 & a & b \\ 0 & 0 & c \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & c \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

در این صورت برای هر $x \in \mathrm{A}$ که ac متناظر با آن صفر نباشد، $f(x^2) \neq f(x)^2$. بنابراین f یک هم‌ریختی ژوردان نیست، ولی برای هر $n \geq 3$ و هر $x \in \mathrm{A}$، داریم، $f(x^n) = f(x)^n$. از این‌رو، برای $n \geq 3$، f یک n–هم‌ریختی ژوردان است. فرض کنید $s,t,r \in \mathbb{R}$ دلخواه باشند. قرار می‌دهیم، $w = \begin{bmatrix} 0 & s & t \\ 0 & 0 & r \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. در این صورت برای هر $n \in \mathbb{N}$ که $n \geq 2$ باشد، داریم $f(x^n w) = f(x)^n w$. یعنی f یک شبه n–هم‌ریختی ژوردان است.

با توجه به استدلال قضیهٔ ۲، چون به‌ازای هر i ($1 \leq i \leq n$) داریم $L_i(a,w) = 0$ ، از این‌رو، نتیجهٔ بعدی حاصل می‌شود:

نتیجهٔ ۵. فرض کنید $f\colon A \longrightarrow B$ یک شبه n - هم‌ریختی ژوردان یکانی با ضریب ژوردان w باشد. در این صورت برای هر $a \in A$ و $(1 \leq i \leq n)$،

$$f(a^i w) = f(a)^i . w.$$

بنابراین اگر f یک شبه هم‌ریختی ژوردان با ضریب ژوردان w باشد آن‌گاه برای هر $a \in A$ ،

$$f(aw) = f(a).w.$$

یادآوری می‌کنیم که هر هم‌ریختی ژوردان یک n–هم‌ریختی ژوردان است (برای اثبات به لم ۳.۲. ۶ از [۱۵] مراجعه شود). مثال بعد نشان می‌دهد که این مطلب برای شبه هم‌ریختی ژوردان با ضریب ژوردان w درست نیست.

مثال ۶. فرض کنید A یک جبر باناخ و $h\colon A \longrightarrow A$ یک هم‌ریختی بدون نقطه ثابت باشد. تابع $f\colon A \longrightarrow A$ را با ضابطهٔ $f(x) := -h(x)$ تعریف می‌کنیم. در این صورت f یک 3 –هم‌ریختی است. فرض کنید f دارای نقطه ثابت w باشد، از این‌رو، $f(w) = w$. بنابراین

$$f(x^2 w) = f(x)^2 f(w) = f(x)^2 w.$$

در نتیجه f یک شبه هم‌ریختی ژوردان با ضریب ژوردان w است، ولی f یک شبه 3 –هم‌ریختی ژوردان با ضریب ژوردان w نیست. قابل ذکر است که f یک شبه 3 –هم‌ریختی ژوردان با ضریب ژوردان w^2 است.

در قضیهٔ ۷ تحت شرایط خاصی نشان می‌دهیم که هر شبه هم‌ریختی ژوردان یک شبه n–هم‌ریختی ژوردان است. برای اثبات، ابتدا تعریف نقطه جداساز را از [۱۳] یادآوری می‌کنیم. فرض کنید A یک جبر باناخ و M یک A–مدول باشد. در این صورت عضو $w \in A$ را یک نقطه جداساز چپ (راست) برای M می‌نامیم هرگاه برای هر $x \in M$، شرط $wx = 0$ ($xw = 0$) نتیجه دهد که $x = 0$.

قضیهٔ ۷. فرض کنید $f\colon A \longrightarrow B$ یک شبه هم‌ریختی ژوردان یکانی با ضریب ژوردان w باشد به‌طوری‌که w یک نقطه جداساز راست برای B است. در این صورت f یک هم‌ریختی ژوردان است و در نتیجه

الف) f یک n−همریختی ژوردان است.

ب) f یک شبه n−همریختی ژوردان با همان ضریب ژوردان w است.

برهان: فرض کنید $f: A \longrightarrow B$ یک شبه همریختی ژوردان یکانی باشد. در این صورت برای هر $a \in A$،

$$f(a^2w) = f(a)^2.\mathrm{w}. \tag{۳}$$

با جای‌گذاری $a+b$ به‌جای a در رابطهٔ (۳)، رابطهٔ (۴) حاصل می‌شود.

$$f[(ab+ba)w] = [f(a)f(b) + f(b)f(a)].\mathrm{w}. \tag{۴}$$

بنابه نتیجهٔ ۵،

$$f[(ab+ba)w] = f(ab+ba).\mathrm{w}. \tag{۵}$$

از روابط (۴) و (۵) نتیجه می‌شود که

$$(f(ab+ba) - [f(a)f(b) + f(b)f(a)]).\mathrm{w} = 0.$$

چون w یک نقطه جداساز راست برای B است، برای هر $a, b \in A$، خواهیم داشت:

$$f(ab+ba) = f(a)f(b) + f(b)f(a).$$

بنابراین f یک همریختی ژوردان است. در نتیجه بنابر لم ۲.۳. ۶ از [۱۵]، f یک n−همریختی ژوردان است. قسمت (ب) از نتیجهٔ ۵ و قسمت (الف) نتیجه می‌شود.

نتیجهٔ ۸ . با فرضیات قضیهٔ ۷، f یک n−همریختی است اگر

الف) A و B جابه‌جایی باشند، یا

ب) B نیم‌ساده و جابه‌جایی باشد.

برهان: الف) بنابر آن‌چه‌که در اثبات قضیهٔ ۷ بیان شد، برای هر $a, b \in A$،

$$f(ab+ba) = f(a)f(b) + f(b)f(a).$$

چون A و B جابه‌جایی است، از این‌رو، $f(ab) = f(a)f(b)$. بنابراین f یک همریختی و درنتیجه یک n−همریختی است.

برای قسمت (ب) فرض کنید B نیم‌ساده و جابه‌جایی باشد. بنابه قضیه قبل f یک n−همریختی ژوردان است، از این‌رو، بنابه نتیجهٔ ۲. ۵ از [۱]، f یک n−همریختی است.

نتیجهٔ ۹. فرض کنید $f: A \longrightarrow B$ یک شبه n−همریختی ژوردان یکانی با ضریب ژوردان w باشد به‌طوری‌که w یک نقطه جداساز راست برای B است. در این صورت تحت هر کدام از شرایط زیر f پیوسته است.

الف) B نیم‌ساده وجابه‌جایی باشد.

ب) B نیم‌ساده و f پوشا باشد.

ج) B یک C^*−جبر و f پوشا باشد.

برهان: بنابه قضیهٔ ۲، f یک شبه همریختی ژوردان است، از این‌رو، بنابه قضیهٔ ۷، f یک همریختی ژوردان است. بنابراین طبق نتایج ۹.۲، ۱۰.۲ و ۱۱.۲ از [۱۹] نتیجه دلخواه حاصل می‌شود.

قضیهٔ ۱۰. فرض کنید $f: A \longrightarrow B$ یک شبه 3−هم‌ریختی ژوردان یکانی با ضریب ژوردان w باشد به‌طوری‌که w یک نقطه جداساز راست برای B است. فرض کنید B جابه‌جایی باشد و برای هر $a, b, c \in A$،

$$f(abcw) = f(acbw). \tag{۶}$$

در این صورت f یک هم‌ریختی و در نتیجه n−هم‌ریختی است.

برهان: فرض کنید e عنصر همانی A باشد. با جای‌گذاری e به‌جای a در رابطهٔ (۶)، برای هر $b, c \in A$، تساوی زیر را به‌دست می‌آوریم:

$$f(bcw) = f(cbw).$$

بنابراین $f((ab)cw) = f(c(ab)w) = f(c(ba)w)$ و

$$f(a(bc)w) = f((bc)aw) = f(b(ca)w) = f(b(ac)w).$$

از این‌رو،

$$f(abcw) = f(xyzw) \tag{۷}$$

که در آن (x, y, z) یک جای‌گشت از (a, b, c) است. چون f یک شبه 3−هم‌ریختی ژوردان است، از این‌رو، برای هر $a \in A$،

$$f(a^3w) = f(a)^3.\mathrm{w}. \tag{۸}$$

با جای‌گذاری $a + b$ به‌جای a در رابطهٔ (**۸**)، داریم:

$$f[(ab^2 + b^2a + ba^2 + a^2b + aba + bab)w] = [3f(a)f(b)^2 + 3f(a)^2f(b)].\mathrm{w}. \tag{۹}$$

با تغییر b با $-b$ در رابطهٔ (۹)، رابطه (۱۰) به‌دست می‌آید.

$$f[(ab^2 + b^2a - ba^2 - a^2b - aba + bab)w] = [3f(a)f(b)^2 - 3f(a)^2f(b)].\mathrm{w}. \tag{۱۰}$$

از روابط (۹) و (۱۰)، ۱۱ حاصل می‌شود.

$$f[(ab2+b2a+bab)w]= 3f(a)f(b)2.\mathrm{w}. \tag{۱۱}$$

با جای‌گذاری $b - c$ به‌جای b در رابطهٔ (**۱۱**)، داریم:

$$f[(abc + acb + bac + bca + cab + cba)w] = [6f(a)f(b)f(c)].\mathrm{w} \tag{۱۲}$$

از رابطهٔ (۷) و (۱۲) نتیجه می‌شود که

$$f(abcw) = [f(a)f(b)f(c)].\mathrm{w}.$$

با جای‌گذاری e به‌جای c در تساوی مذکور و با به‌کارگیری لم ۵، برای هر $a, b \in A$، این تساوی به‌دست می‌آید:

$$(f(ab) - [f(a)f(b)]).\mathrm{w} = 0.$$

چون w یک نقطه جداساز راست برای B است، از این‌رو، برای هر $a, b \in A$، داریم، $f(ab) = f(a)f(b)$. بنابراین f یک هم‌ریختی و در نتیجه یک n−هم‌ریختی است.

تقدیر و تشکر

از نقطه نظر داوران محترم در بارهٔ اصلاحات علمی تشکر می‌شود. این تحقیق در قالب طرح پژوهشی شمارهٔ ۱۶۸۱۴۱-۱۵۶۶۴ با استفاده از اعتبارات پژوهشی دانشگاه ایت ... العظمی بروجردی انجام شده است.

منابع

1. An G., "Characterization of n-Jordan homomorphism, Linear and Multilinear algebra", 66 (4) (2018) 671-680.
2. Bodaghi A., Inceboz H., "n-Jordan homomorphisms on commutative algebras", Acta. Math. Univ. Comenianae, 87 (1) (2018) 141-146.
3. Bodaghi A., Inceboz H., "Extension of Zelazko's theorem to n-Jordan homomorphisms", Adv. Pure. Appl. Math. 10 (2) (2019) 165-170.
4. Bracic J., Moslehian M. S., "On automatic continuity of 3-homomorphisms on Banach algebras", Bull. Malaysian. Math. Sci. Soc., 30 (2) (2007) 195-200.
5. Ebadian A., Jabari A., Kanzi N., "n-Jordan homomorphisms and Pseudo n-Jordan homomorphisms on Banach algebras", Mediterr. J. Math., 14 (241) (2017) 1-11.
6. Eshaghi M., Gordji, "n-Jordan homomorphisms", Bull. Aust. Math. Soc., 80 (1) (2009) 159-164.
7. Gordji M. E., Karimi T., Gharetapeh S. K., "Approximately n-Jordan homomorphisms on Banach algebras", J. Ineq. Appli., Article ID 870843 (2009) 1-8.
8. Gselmann E., "On approximate n-Jordan homomorphisms", Annales Math. Silesianae, 28 (2014) 47-58.
9. Hejazian Sh., Mirzavaziri M., Moslehian M. S., "n-homomorphisms", Bull. Iranian Math. Soc., 31 (1) (2005) 13-23.
10. Herstein I. N.," Jordan homomorphisms", Trans. Amer. Math. Soc., 81 (1) (1956) 331-34.
11. Jacobson N. , Rickart C. E., "Jordan homomorphisms of rings", Trans. Amer. Math. Soc., 69 (3) (1950) 479-502.
12. Lee Y. H., "Stability of n-Jordan homomorphisms from a Normed Algebra to a Banach Algebra", Abst. Appli. Anal., 2013, Article ID 691025 (2013) 1-5.
13. Lu F., "Characterizations of derivations and Jordan derivations on Banach algebras", Linear Algebra and its Applications., 430 (2009) 2233-2239.
14. Miura T., Takahasi S. E., Hirasawa G., "Hyers-Ulam-Rassias stability of Jordan homomorphisms, on Banach algebras", J. Ineq. Appl., 2005 (4) (2005) 435-441.
15. Palmer T., "Banach algebras and the general theory of *-algebras", Vol I, Cambridge: Univ Press (1994).
16. Zelazko W., "A characterization of multiplicative linear functionals in complex Banach algebras", Studia Math., 30 (1968) 83-85.
17. Zivari-kazempour A., "A characterization of 3-Jordan homomorphism on Banach algebras", Bull. Aust. Math. Soc., 93 (2) (2016) 301-306.

18. Zivari-Kazempour A., "A characterization of Jordan and 5-Jordan homomorphisms between Banach algebras", Asian-European J. Math., 11 (2) (2018) 1-10.

19. Zivari-kazempour A., "Automatic continuity of n-Jordan homomorphisms on Banach algebras", Commu. Korean Math. Soc., 33 (1) (2018) 165-170.